



UNIVERZITET U NOVOM SADU
UNIVERZITETSKI CENTAR ZA PRIMENJENU
STATISTIKU



Primena multivarijatnih postupaka u ispitivanju relacija
višedimenzionalnih konstrukata: agresivnost, nasilje i viktimizacija

-Master rad-

Mentor:

dr Valentina Sokolovska

Kandidat:

Alisa Savkov

Novi Sad, 2016.

Univerzitet u Novom Sadu

Univerzitetski centar za primenjenu statistiku - UCPS

Ključna dokumentacijska informacija

Redni broj: RBR	
Identifikacioni broj: IBR	
Tip dokumentacije: TD	Monografska dokumentacija
Tip zapisa: TZ	Tekstualni štampani materijal
Vrsta rada (dipl., mag., dokt.): VR	Master rad
Ime i prezime autora: AU	Alisa Savkov
Mentor (titula, ime, prezime, zvanje): MN	Dr Valentina Sokolovska, profesor
Naslov rada: NR	Primena multivarijantnih postupaka u ispitivanju relacija višedimenzionalnih konstrukata: agresivnost, nasilje i viktimizacija
Jezik publikacije: JP	Srpski (latinica)
Jezik izvoda: JI	srp. / eng.
Zemlja publikovanja: ZP	Srbija
Uže geografsko područje: UGP	Novi Sad, Vojvodina
Godina: GO	2016.
Izdavač: IZ	autorski reprint
Mesto i adresa: MA	Trg Dositeja Obradovića 5

Fizički opis rada: FO	(7 poglavlja / 49 stranica / 1 slika / 3 grafikona / 55 referenci / 1 prilog)
Naučna oblast: NO	Statistika
Naučna disciplina: ND	Statistika u društvenim naukama

Predmetna odrednica, ključne reči: PO	multidimenzionalno skaliranje, kanonička korelaciona analiza, nelinearna kanonička korelaciona analiza (OVERALS), agresivnost, nasilje, viktimizacija
UDK	
Čuva se: ČU	Biblioteka
Važna napomena: VN	
Izvod: IZ	U ovom radu su razmotrene pojedine multivarijatne tehnike namenjene ispitivanju relacija između više varijabli. Odabrane tehnike primenjene su na konkretan problem ispitivanja strukture relacija između grupa psiholoških konstrukata. Na uzorku od 624 učenika srednjih škola primenjeni su Upitnik agresivnosti BODH za samoprocenu dimenzija agresivnosti i Upitnik vršnjačkog nasilja i viktimizacije (UVNV) za samoprocenu učestalosti različitih oblika vršnjačkog nasilja i viktimizacije. Primenjene su statističke tehnike: multidimenzionalno skaliranje, kanonička korelaciona analiza i nelinearna kanonička korelaciona analiza. Rezultati su razmotreni imajući u vidu prirodu psiholoških konstrukata, nalaze prethodnih istraživanja, kao i prednosti i ograničenja odabranih statističkih tehnika. Izdvojena su dva nezavisna sklopa povezanosti između dimenzija agresivnosti, oblika nasilja i viktimizacije. Zaključeno je da je rešenje kanoničke korelacione analize najviše u skladu sa polaznim pretpostavkama.
Datum prihvatanja teme od strane NN veća: DP	
Datum odbrane: DO	
Članovi komisije: (ime i prezime / titula / zvanje / naziv organizacije / status) KO	predsednik: član: član:

University of Novi Sad
University Center for Applied Statistics
Key word documentation

Accession number: ANO	
Identification number: INO	
Document type: DT	Monograph documentation
Type of record: TR	Textual printed material
Contents code: CC	Master's thesis
Author: AU	Alisa Savkov
Mentor: MN	Dr Valentina Sokolovska, Professor
Title: TI	The application of multivariate procedures in a study of relations between multidimensional constructs: aggressiveness, violence and victimisation
Language of text: LT	Serbian (Latin)
Language of abstract: LA	eng. / srp.
Country of publication: CP	Serbia
Locality of publication: LP	Novi Sad, Vojvodina
Publication year: PY	2016.
Publisher: PU	Author's publication
Publication place: PP	Trg Dositeja Obradovića 5

Physical description: PD	(7 chapters / 49 pages / 1 picture / 3 graphs / 55 bibliographic citations / 1 appendices)
Scientific field SF	Applied statistics
Scientific discipline SD	Statistics in social sciences

Subject, Key words SKW	multidimensional scaling, canonical correlation analysis, nonlinear canonical correlation analysis (OVERALS), aggressiveness, violence, victimisation
UC	
Holding data: HD	Library
Note: N	
Abstract: AB	In this study some multivariate techniques for investigation of relations between multiple variables were examined and reviewed. Selected techniques were applied to a concrete research problem of a study of the pattern of relations between groups of psychological constructs. The Aggressiveness questionnaire AVDH for self-assessment of dimensions of aggressiveness and as well as the Peer Violence and Victimization Questionnaire (PVVQ) for self-assessment of prevalence of different forms of peer violence and victimisation were applied on a sample of 624 high school students. The following statistical techniques were applied: multidimensional scaling, canonical correlation analysis and nonlinear canonical correlation analysis. Results were analysed while taking into account the nature of psychological constructs, the findings of previous researches, as well as the advantages and limitations of chosen statistical techniques. Two independent patterns of correlation were found between the dimensions of aggressiveness, forms of violence and victimisation. It was concluded that the canonical correlation solution was to the greatest extent in line with the starting assumptions.
Accepted on Scientific Board on: AS	
Defended: DE	
Thesis Defend Board: DB	president: member: member:

REZIME

U ovom radu su razmotrene pojedine multivarijatne tehnike namenjene ispitivanju relacija između više varijabli. Odabrane tehnike primenjene su na konkretan problem ispitivanja strukture relacija između grupa psiholoških konstrukata. Na uzorku od 624 učenika srednjih škola primenjeni su Upitnik agresivnosti BODH za samoprocenu dimenzija agresivnosti i Upitnik vršnjačkog nasilja i viktimizacije (UVNV) za samoprocenu učestalosti različitih oblika vršnjačkog nasilja i viktimizacije. Primenjene su statističke tehnike: multidimenzionalno skaliranje, kanonička korelaciona analiza i nelinearna kanonička korelaciona analiza. Rezultati su razmotreni imajući u vidu prirodu psiholoških konstrukata, nalaze prethodnih istraživanja, kao i prednosti i ograničenja odabranih statističkih tehnika. Izdvojena su dva nezavisna sklopa povezanosti između dimenzija agresivnosti, oblika nasilja i viktimizacije. Zaključeno je da je rešenje kanoničke korelacione analize najviše u skladu sa polaznim pretpostavkama.

Ključne reči: multidimenzionalno skaliranje, kanonička korelaciona analiza, nelinearna kanonička korelaciona analiza (OVERALS), agresivnost, nasilje, viktimizacija

ABSTRACT

In this study some multivariate techniques for investigation of relations between multiple variables were examined and reviewed. Selected techniques were applied to a concrete research problem of a study of the pattern of relations between groups of psychological constructs. The Aggressiveness questionnaire AVDH for self-assessment of dimensions of aggressiveness and as well as the Peer Violence and Victimisation Questionnaire (PVVQ) for self-assessment of prevalence of different forms of peer violence and victimisation were applied on a sample of 624 high school students. The following statistical techniques were applied: multidimensional scaling, canonical correlation analysis and nonlinear canonical correlation analysis. Results were analysed while taking into account the nature of psychological constructs, the findings of previous researches, as well as the advantages and limitations of chosen statistical techniques. Two independent patterns of correlation were found between the dimensions of aggressiveness, forms of violence and victimisation. It was concluded that the canonical correlation solution was to the greatest extent in line with the starting assumptions.

Key words: multidimensional scaling, canonical correlation analysis, nonlinear canonical correlation analysis (OVERALS), aggressiveness, violence, victimisation

Sadržaj

UVOD	2
Multivarijatna statistika	3
Multidimenzionalno skaliranje	3
Kanonička korelaciona analiza	8
Nelinearna kanonička korelaciona analiza (OVERALS).....	13
Agresivnost, nasilje i viktimizacija	18
Problem istraživanja i pretpostavke	20
METOD	23
Uzorak.....	23
Instrumenti	23
Priprema i analiza podataka	24
REZULTATI.....	26
Deskriptivni pokazatelji i pouzdanost varijabli	26
Korelacije između oblika nasilja, oblika viktimizacije i dimenzija agresivnosti	26
Rezultati multidimenzionalnog skaliranja	28
Rezultati kanoničke korelacione analize.....	31
Rezultati nelinearne kanoničke korelacione analize	34
DISKUSIJA	38
ZAKLJUČAK.....	42
LITERATURA	44
PRILOG	49

UVOD

Multivarijatne statističke tehnike omogućuju istovremeno analiziranje više varijabli korišćenjem matrične algebre. Predstavljaju važan alat u psihološkim istraživanjima, budući da je ljudsko ponašanje kompleksno. Emocije, ponašanja, kognicije i stavovi retko mogu biti opisani u terminima jedne ili dve varijable.

Tehnike redukcije dimenzionalnosti spadaju u porodicu multivarijatnih tehnika, a cilj im je izdvajanje manjeg broja dimenzija koje će objasniti ono što je zajedničko većem broju izmerenih varijabli. Dobro poznate i često korišćene u psihološkim istraživanjima su faktorska analiza i analiza glavnih komponenti. Bliska navedenim, ali ređe korišćena tehnika za redukciju dimenzionalnosti je multidimenzionalno skaliranje. S tim da multidimenzionalno skaliranje, obično ali ne nužno, može rezultirati sa manjim brojem dimenzija u poređenju sa faktorskom i analizom glavnih komponenti (Wilkinson, 1998). Prednost multidimenzionalnog skaliranja je što se ne zasniva na pretpostavkama o distribuciji varijabli, niti linearnosti odnosa među varijablama. Kanonička korelaciona analiza, poput analize glavnih komponenti spada u projekтивne metode, s tim da je namenjena ispitivanju relacija između dva skupa varijabli (Burges, 2009). Iako je kanonička korelaciona analiza davno razvijena, neki istraživači i dalje pribegavaju korišćenju univarijatnih tehnika u situacijama kada je primena kanoničke korelacione analize prikladnija (Sherry & Henson, 2005). Manje poznata i ređe korišćena je i nelinearna kanonička korelaciona analiza (OVERALS), koja predstavlja generalizaciju standardne kanoničke korelacione analize i omogućuje ispitivanje relacija između više od dva skupa varijabli, koje mogu biti različitog nivoa merenja.

Rad se bavi prikazom multidimenzionalnog skaliranja, kanoničke korelacione analize i nelinearne kanoničke korelacione analize kao tehnika namenjenih ispitivanju strukture relacija između višedimenzionalnih konstrukata. Biće razmotrena mogućnost primene navedenih statističkih tehnika na konkretan problem ispitivanja relacija između dimenzija agresivnosti, oblika nasilja i oblika viktimizacije. Rezultati će biti razmotreni imajući u vidu prednosti i ograničenja odabranih tehnika. Takođe, razmotriće se mogućnost interpretacije rezultata u okviru teorijskih i empirijskih saznanja iz oblasti psihologije. Istraživanja vršnjačkog nasilja su aktuelna u oblasti psihologije i sociologije, budući da pored teorijskih imaju i praktične implikacije.

Multivarijatna statistika

Multivarijatna statistika omogućuje analizu složenih skupova podataka, kada postoji veliki broj nezavisnih (prediktorskih) i/ili veliki broj zavisnih (kriterijskih) varijabli koje su međusobno povezane u različitom stepenu. Sa razvojem statističkih softvera, multivarijatna statistika postaje sve popularnija, budući da univarijatna analiza ne pruža adekvatan način za odgovoravanje na često složena istraživačka pitanja (Tabachnick & Fidell, 1996).

U radu će biti prikazane i primenjene pojedine multivarijatne tehnike, koje spadaju u tehnike namenjene redukciji dimenzionalnosti. Tehnike za redukciju dimenzionalnosti namenjene su pronalaženju manjeg broja dimenzija koje će objasniti varijansu koju deli veći broj polaznih varijabli. Multidimenzionalno skaliranje spada u tehnike za redukciju dimenzionalnosti, a obuhvata porodicu tehnika koje modeluju topološki prostor na kome leže varijable (Borges, 2009). Nešto drugačija tehnika, kanonička korelaciona analiza, namenjena je ispitivanju strukture relacija između dva skupa varijabli. Kanonička korelaciona analiza spada u projektivne tehnike, a to znači da se izdvajaju parovi sintetičkih dimenzija (projekcije originalnih varijabli), takve da dimenzija iz prvog skupa maksimalno korelira sa dimenzijom iz drugog skupa (Borges, 2009). Nelinearna kanonička korelaciona analiza je generalizacija standardne kanoničke korelacione analize i omogućuje ispitivanje povezanosti između više od dva skupa varijabli izdvajanjem manjeg broja dimenzija.

Multidimenzionalno skaliranje

Multidimenzionalno skaliranje je metod namenjen prikazu mera blizine između parova objekata/stimulusa kao distanci između tačaka u višedimenzionalnom prostoru. Recimo, podaci mogu biti korelacije između testova/skala inteligencije, a MDS rešenje je vizuelni prikaz koji pokazuje koji testovi, kao tačke u prostoru, su bliži međusobno, što ukazuje na njihovu veću povezanost. Grafički prikaz sličnosti/razlika pruža analitičaru “pogled” na podatke i mogućnost vizuelne eksploracije strukture podataka (Borg & Groenen, 2005). Svaki objekat/stimulus je dat kao tačka u koordinatnom prostoru, tako da distance između određenih tačaka opadaju sa porastom sličnosti između datih tačaka.

Pretpostavke. MDS se ne zasniva na distributivnim pretpostavkama, jer radi direktno na merama blizine. Međutim, zasniva se na nekim drugim važnim pretpostavkama. Osnovna pretpostavka u MDS je da stimulusi/objekti mogu biti opisani vrednostima na skupu

dimenzija koje pozicioniraju ove stimulse kao tačke u multidimenzionalnom prostoru. Pritom je sličnost između stimulusa inverzno povezana sa distancama odgovarajućih tačaka u multidimenzionalnom prostoru (Steyvers, 2001).

MDS je spacijalni model, a za fitovanje (pozicioniranje) tačaka u prostoru koje MDS pokriva, pretpostavlja se da podaci zadovoljavaju sledeće metrijske uslove:

- Distanca između objekta i sebe samog je 0.
- Distanca od objekta A do B je jednaka distanci od B do A.
- Distanca od objekta A do C je manja ili jednaka distanci od A do B plus B do C (Wilkinson, 1998).

Mere blizine (proximity). Mere blizine kvantifikuju koliko su dva objekta “bliska”. Uobičajeni oblici vrednosti blizina su: različitosti (dissimilarity), sličnosti (similarity) i korelacije. Podaci korišćeni u MDS mogu biti podeljeni u dve kategorije: direktni i indirektni. Direktni podaci su dobijeni tehnikama kao što su subjektivno sortiranje, rangiranje ili ocenjivanje stavki, poređenje stavki kreiranjem hijerarhije stavki. Ukoliko originalni podaci nisu mere blizina, obično se računa neka mera profilne sličnosti ili različitosti između redova ili kolona tabele. Tada kažemo da su mere blizina indirektne. Indirektni podaci su izvedeni, ili agregati izračunati iz empirijskih merenja (Jaworska & Chupetlovska-Anastasova, 2009). Najjednostavniji način da se izvede profilna mera blizine je izračunavanje korelacija između varijabli ili kvadriranih distanci između stimulusa (Wish & Carroll, 1974, prema Kruskal & Wish, 1978). Za podatke intervalnog nivoa obično se računaju Euklidske distance (Wickelmaier, 2003). Tako je ulazna matrica u MDS matrica blizina, koja predstavlja distance između parova objekata/varijabli. Ukoliko su varijable merene na različitim skalama, prethodno se vrši njihova standardizacija.

Vrste MDS modela. Nakon izračunatih mera blizina između objekata/varijabli, konstruiše se mapa primenom MDS na mere blizina. Cilj MDS je locirati stimulse u prostoru sa malim brojem dimenzija tako da distance između tačaka dva stimulusa odražavaju povezanost stimulusa što je tačnije moguće.

Postoji generalna podela MDS modela na one koji implementiraju *metrijsko* i *nemetrijsko* skaliranje originalnih mera blizine u “razlike” (disparities) koje se koriste za poređenje sa distancama izvedenim iz analize. Metrijsko MDS koristi linearnu funkciju za mapiranje bliskosti u razlike, dok nemetrijsko koristi bilo koju pozitivnu monotonu funkciju bez ograničenja na linearnost (Jaworska & Chupetlovska-Anastasova, 2009). Za kvantitativne

podatke obično se koristi metrijsko skaliranje, a za kvalitativne (npr. ordinalne) se koristi nemetrijsko skaliranje (Hout, Papesh, & Goldinger, 2013).

Funkcija gubitka. MDS modeli definisani su specifikovanjem kako su za date podatke, mere blizine mapirane u distance m-dimenzionalne MDS konfiguracije. Mapiranje je dato funkcijom reprezentacije koja specifikuje kako blizine treba da budu povezane sa distancama. U praksi se obično ne zahteva striktno zadovoljenje funkcije, već pronalaženje konfiguracije čije distance zadovoljavaju funkciju što je preciznije moguće. Funkcija gubitka meri slaganje između ocenjenih distanci i ulaznih podataka (blizine) (Kruskal & Wish, 1978). Različiti algoritmi koriste različite funkcije gubitka, koje se nazivaju funkcije stress-a (STandardized RESidual Sum of Squares). Stress je funkcija sume kvadrata reziduala (Wilkinson, 1998). Niže vrednosti stress-a ukazuju na bolje slaganje (fit), tako da algoritmi nastoje da povećaju poverenje u ulazne podatke minimiziranjem funkcije stress-a. Iterativni proces (pomeranje tačaka u prostoru) se ponavlja dok konfiguracija ne dostigne neki kriterijum optimizacije koji se razlikuje između različitih algoritama. Generalno, cilj je da se dostigne stabilno rešenje. Brojni programi su razvijeni za multidimenzionalno skaliranje. U SPSS paketu dostupni su PROXSCAL i ALSCAL MDS. U našem radu biće primenjeno PROXSCAL, budući da je bolje u odnosu na ALSCAL u smislu algoritamskih strategija koje na bolji način obezbeđuju konvergenciju, i nude veliki broj transformacija podataka (Busing, Commandeur, & Heiser 1997). Funkcija gubitka koju minimizira PROXSCAL je normalizovani sirovi stress (normalized raw stress):

$$\sigma^2 = \frac{\eta^2(\hat{\mathbf{D}}) + \eta^2(\alpha\mathbf{X}) - 2\rho(\alpha\mathbf{X})}{\eta^2(\hat{\mathbf{D}})}, \text{ sa } \alpha = \frac{\rho(\mathbf{X})}{\eta^2(\mathbf{X})} \quad (1)$$

Normalizovani sirovi stress interpretira se kao proporcija variranja sličnosti/različitosti (blizina), koja nije objašnjena distancama u modelu. Pruža jasnu interpretaciju, jer ne zavisi od skale blizina. Ukazuje na to koliko dobro MDS rešenje (model) fituje (odgovara) originalnim podacima.

Povezan je sa kvadratom Tuckerovog koeficijenta kongruencije (korelacija dve varijable oko njihovih početaka (origin), a ne oko njihovih aritmetičkih sredina):

$$r_c = \sqrt{1 - \sigma_N(\mathbf{X})} \quad (2)$$

Indeks izveden iz prethodne jednačine, DAF (Dispersion Accounted For)- objašnjena varijansa, može biti posmatran kao koeficijent determinacije:

$$DAF = 1 - \sigma_N(\mathbf{X}) \quad (3)$$

Još jedna mera stress-a, dostupna u PROXSCAL, je Stress 1. Kruskal je za Stress 1, na osnovu empirijskog iskustva, ponudio vodič za procenu fita: 0.0 –savršen fit; 0.05 –dobar fit; 0.2 –loš fit (Kruskal, 1964, prema Borg & Groenen, 2005). Pored ove, dostupna je i mera S-Stress-a. Ovu funkciju gubitka razvili su Takane, Youngi De Leeuw (1977) (Borg & Groenen, 2005). Računa se kao suma razlika kvadrata blizina i kvadrata distanci. Vodič za procenu slaganja/fita na osnovu S-Stress-a je sledeći: 0-0.05– odličan fit; 0.05-0.1 – dobar fit; 0.1-0.15 –zadovoljavajući fit; 0.15-0.2– prihvatljiv fit; > 0.2 neprihvatljiv fit (Szabó, 2010).

Postupak inetrpretacije rezultata multidimenzionalnog skaliranja. Pri sprovođenju MDS, treba odrediti koliko će dimenzija algoritam koristiti za lociranje tačaka u prostoru. Povećanjem broja dimenzija raste broj stepeni slobode, a posledica toga je porast objašnjene varijanse (informacija) i smanjenje stress-a u rešenju. Za date Euklidske distance između n objekata, matematički je uvek moguće pronaći konfiguraciju u n-1 dimenzija koja savršeno odgovara podacima, ali ima malo smisla. Cilj sprovođenja MDS je pronalaženje dovoljno dobrog rešenja (niska vrednost stress-a), a koje je istovremeno i interpretabilno. Sa preko tri dimenzije, vizuelna interpretacija prostora je veoma teška, tako da su analitičari obično konzervativni pri izboru broja dimenzija (Hout et al., 2013). Kako je stress pod uticajem broja parametara u modelu, jedno opšte pravilo za određenje broja dimenzija je $I > 4R$ (gde je I broj stimulusa/varijabli, a R broj dimenzija) (Stroms, 1997, prema Notelaers, 2000).

Obično se više puta uzastopno skaliraju podaci (sa povećanjem broja dimenzija svaki put), kako bi se kreirao scree dijagram vrednosti normalizovanog sirovog stress-a kao funkcija dimenzija. Maksimalni broj dimenzija je broj stumulsa/varijabli umanjen za jedan. Obično se traži “lakat” na dijagramu, koji predstavlja vrednost nakon koje dodavanje dimenzija ne dovodi substancijalno do poboljšanja fita (Steyvers, 2001). Ukoliko “lakat” nije očigledan, analitičar treba da se osloni na hipoteze o broju dimenzija u prostoru i da uzme u obzir koliko je bitna vizuelizacija za konkretan cilj istraživanja. Moguće je grafički prikazati i objašnjenu varijansu (DAF) naspram broja dimenzija, a pritom se posmatra nagli rast u objašnjenju varijansi. Ako je analiza eksplorativna, obično je dvodimenzionalni ili trodimenzionalni prikaz korisniji za vizuelnu inspekciju prostora (Hout et al., 2013). Takođe, analitičar se pri

odabiru broja dimenzija oslanja i na njihovu interpretabilnost (Pinkley, Gelfand, & Duan, 2005).

Osnova za interpretaciju relacija između stimulusa je MDS dijagram. Ukoliko su u analizi korišćene Euklidske distance orijentacija osa na dijagramu je proizvoljna, jer se skaliraju distance, a ne ose. Tako da neki autori smatraju opravdanim rotiranje rešenja i obrtanje osa (Steyvers, 2001). Ose mogu biti interpretirane kao kod analize glavnih komponenti ili faktorske analize. Sa druge strane, identifikacija interpretabilnih osa nije uvek najbolji način za prepoznavanje interesantnih sklopova. Češće treba tražiti klastere objekata ili obrasce među objektima/varijablama, kao i druge strukture (Boyle & Katz, 1991). Veća prostorna blizina između objekata/varijabli ukazuje na njihovu veću povezanost. Prostorno udaljeni objekti su manje povezani međusobno. Ovde je bitno napomenuti da izdvojene dimenzije nisu uvek jednostavne za interpretaciju (Hout et al., 2013). U cilju interpretacije dimenzija moguće je primeniti i manje arbitrarnu proceduru korišćenjem višestruke regresije. Značajne varijable regresiraju se na koordinate različitih dimenzija i rešenje se rotira kako bi se maksimizirala interpretabilnost (Pinkley et al., 2005; Steyvers, 2001). Ova procedura je složena i izvan okvira našeg rada.

Prednosti i ograničenja. Prednost MDS-a je što se ne zasniva na distributivnim pretpostavkama varijabli i ne zahteva multivarijatnu normalnost (Wilkinson, 1998). Moguća je primena MDS i na ordinalnim i nominalnim podacima. Vizuelni prikaz prostornog odnosa stimulusa/varijabli je lako čitljiv. Međutim, sa porastom broja dimenzija (već preko tri) interpretacija je otežana (Davison & Sireci, 2000), a sam vizuelni prostorni prikaz nije moguć. Na ovom mestu bitno je spomenuti bliskost i razlike između faktorske analize i MDS kao tehnika za redukciju dimenzionalnosti. Prema Cattell-u, multidimenzionalno skaliranje spada u branšu faktorske analize, u kojoj se na osnovu distanci testova, a ne korelacija, dobija sistem dimenzija (Cattell, 1978, prema Boyle & Katz, 1991). Iako obe mogu biti objašnjene u terminima matematičkih funkcija, može se reći da je MDS jednostavnija za interpretaciju, jer se bazira na distancama između tačaka (Cattell, 1978, prema Boyle & Katz, 1991; Gorsuch, 1983, prema Boyle & Katz, 1991). MDS pruža jednostavan prikaz relacija podataka, jer stimulusi (varijable) koji su grupisani zajedno predstavljaju one koji dele najviše zajedničkih svojstava, dok su prostorno najudaljeniji oni stimulusi koji su najrazličitiji (Boyle & Katz, 1991). Obično, ali ne nužno MDS pruža prikladan model sa manjim brojem dimenzija nego faktorska ili analiza glavnih komponenti. Takođe, ako se ne mogu pretpostaviti linearne veze

između distanci i mera blizina, nemetrijsko MDS pruža jednostavan dimenzionalni model (Wilkinson, 1998).

Kanonička korelaciona analiza

Kanoničku korelacionu analizu (u daljem tekstu KKA) je razvio Hotelling (Hotelling, 1935, prema Dattalo, 2014). KKA je generalizacija Pearsonovog moment produkt koeficijenta korelacije i jedna je od najopštijih multivarijantnih tehnika. Mnoge statističke tehnike (višestruka regresija, diskriminativna analiza, MANOVA) predstavljaju specijalan slučaj KKA (Sherry & Henson, 2005).

KKA je namenjena ispitivanju povezanosti između dva skupa varijabli. Prikladna je kada je cilj parsimonično opisati broj i prirodu međusobno nezavisnih relacija između dva skupa varijabli. Neophodan uslov je da su barem dve varijable u manjem skupu (Stevens, 2002). Može postojati teorijski zasnovana podela na prediktorski i kriterijski skup, ali ovakva podela nije nužna. Dovoljno je definisati prvi (levi) i drugi (desni) skup kvantitativnih varijabli. Ovakva nomenklatura je u saglasnosti sa recipročnom ulogom koju varijable u skupovima imaju pri interpretaciji KKA rezultata i konzistentna je sa Pearsonovim r koji je u osnovi KKA, gde je $r_{xy}=r_{yx}$.

KKA model. Povezanost između dva skupa varijabli može biti identifikovana i kvantifikovana kanoničkom korelacionom analizom. Polazi se od matrice korelacija opaženih varijabli, koja je podeljena na četiri dela: korelacije između varijabli levog skupa ($\mathbf{R}_{xx}$), korelacije između varijabli desnog skupa ($\mathbf{R}_{yy}$), unakrsne korelacije između varijabli levog i desnog skupa ($\mathbf{R}_{xy}$ i $\mathbf{R}_{yx}$) (Tenjović, 2002). Ove matrice korelacija se kombinuju tako da formiraju rezultujuću matricu $\mathbf{R}$ koja služi kao osnova za analizu:

$$\mathbf{R}=\mathbf{R}_{xx}^{-1}\mathbf{R}_{xy}\mathbf{R}_{yy}^{-1}\mathbf{R}_{yx} \quad (4)$$

Gde je $\mathbf{R}_{xx}^{-1}$ inverz $\mathbf{R}_{xx}$, a $\mathbf{R}_{yy}^{-1}$ inverz $\mathbf{R}_{yy}$.

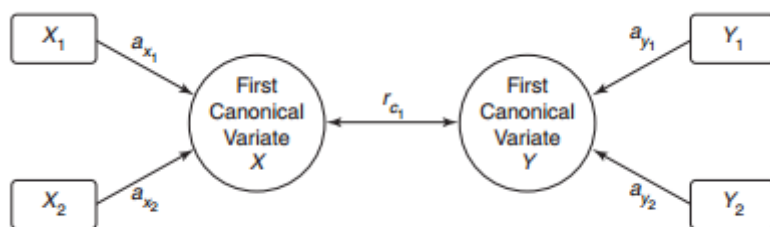
Nad $\mathbf{R}$ se sprovodi vrsta analize glavnih komponenti, kojom se ekstrahuje serija ortogonalnih funkcija. Neka su x varijable levog skupa, a y varijable desnog skupa. U levom skupu ima p varijabli, a u desnom skupu q varijabli. Procedura kanoničke korelacije prvo nalazi dve linearne kombinacije (jednu iz levog skupa, i drugu iz desnog skupa) takve da je korelacija

između njih maksimalna moguća. Izvedene linearne kombinacije izvornih varijabli unutar svakog skupa čine prvi par kanoničkih varijabli:

$$X = a_{x1}x_1 + a_{x2}x_2 + \dots + a_{xp}x_p \quad (5)$$

$$Y = a_{y1}y_1 + a_{y2}y_2 + \dots + a_{yq}y_q \quad (6)$$

Par izvedenih kanoničkih varijabli čini kanoničku funkciju (Hair, Anderson, & Tatham, 1987). Kanonička korelacija meri intenzitet veze između dva linearna kompozita (kanoničkih varijabli). Koeficijent kanoničke korelacije, poput koeficijenta multiple korelacije može imati vrednost od 0 do 1. Grafički prikaz izdvajanja prvog para kanoničkih varijabli dat je na Slici 1.



Slika 1. Ilustracija prve funkcije u kanoničkoj korelacionoj analizi sa dve varijable u levom i dve varijable u desnom skupu.

Oznake: x_i – varijable u levom skupu; y_i – varijable u desnom skupu; a_{xi} – koeficijenti (ponderi) i -te x varijable za kanoničku varijablu X ; a_{yi} – koeficijenti (ponderi) i -te y varijable za kanoničku varijablu Y ; r_c – koeficijent kanoničke korelacije.

Procedura se nastavlja i traži se drugi par linearnih kombinacija, nekoreliranih sa prvim parom, tako da je korelacija između ovog para sledeća najveća moguća. Rezultat analize je m kanoničkih funkcija, pri čemu je m broj varijabli u manjem od dva skupa i jednak je rang matrice $\mathbf{R}$ (Stevens, 2009).

Sledeća svojstva kanoničkih funkcija su bitna: prva kanonička funkcija identifikuje linearne kombinacije ispitivanih varijabli koje daju najveću moguću r_c^2 . Druga kanonička funkcija određena je linearnim kombinacijama opaženih varijabli koje nisu povezane sa prvim parom kanoničkih varijabli i pružaju drugi po veličini r_c^2 , za rezidualnu varijansu preostalu nakon izdvajanja prve funkcije. Isto važi za naredne kanoničke funkcije. Tako da je m -ta kanonička funkcija, određena parom kanoničkih varijabli koje su nekorelirane (ortogonalne) sa

prethodnim parovima kanoničkih varijabli, a daju najveći r_c^2 za datu rezidualnu varijansu preostalu nakon izdvajanja prethodnih funkcija (Nimon, Henson, & Gates, 2010).

Postupak interpretacije rezultata kanoničke korelacione analize. Prvi korak u KKA je evaluacija ukupnog kanoničkog modela putem multivarijatnih testova. Interesuje nas da li postoji statistički značajna povezanost između varijabli dva skupa. Obično dostupni multivarijatni testovi statističke značajnosti svih kanoničkih korenova su Wilks' lambda, Hotelling's trace, Pillai's trace, i Roy's largest root. Najčešće korišćena, i najpoznatija je *Wilks' lambda* (Λ). Pillai-Bartlett trace smatra se najkonzervativnijim od četiri dostupna F-testa i preporuka je da se koristi kada postoji sumnja u ispunjenost pretpostavki za KKA (Warner, 2008, prema Dattalo, 2014).

Sukcesivni testovi značajnosti za Λ se sprovode hijerarhijski, tako da se uticaj prethodne funkcije r_c^2 uklanja u svakom sledećem testu. To znači da samo za m-tu kanoničku funkciju, može biti sproveden statistički test izolovano. Testovi statističke značajnosti ne govore ništa o intenzitetu veze, a pod uticajem su veličine uzorka, tako da je kod velikih uzoraka moguće dobiti statistički značajne, ali male efekte (Sherry & Henson, 2005). Praktična značajnost kanoničke funkcije može biti ocenjena interpretiranjem kvadrata koeficijenata kanoničkih korelacija (Sherry & Henson, 2005; Nimon et al., 2010). Kvadrat koeficijenta kanoničke korelacije r_c^2 ili kanonički koren ili svojstvena vrednost predstavlja ocenu deljene (zajedničke) varijanse dve kanoničke varijable. Iako deluje kao jednostavna mera deljene varijanse, može dovesti do pogrešne interpretacije, jer kvadrat kanoničke korelacije predstavlja deljenu varijansu između dve kanoničke varijable, a ne varijansu deljenu između skupova originalnih "neponderisanih" varijabli (Tenjović, 2002; Dattalo, 2014). Kako je svaka sledeća svojstvena vrednost manja od prethodne, kao opšti pokazatelj korelacije između dva skupa varijabli obično se uzima prva kanonička korelacija (Tenjović, 2002). Preporuka je da se interpretiraju samo one funkcije koje objašnjavaju dovoljnu količinu varijanse između skupova varijabli. Iako ne postoji opšte prihvaćeno pravilo, pojedini autori preporučuju da se interpretiraju statistički značajni parovi kanoničkih faktora koji dele barem 10% varijanse (Dattalo, 2014; Sherry & Henson, 2005).

Kao pokazatelj toga koliko ukupne varijanse originalnih varijabli jednog skupa je objašnjeno određenom kanoničkom varijablom iz tog skupa, može se uzeti prosek kvadriranih korelacija originalnih varijabli i date kanoničke funkcije. Pored toga, može biti izračunat procenat varijanse levog skupa varijabli koji se može predveti na osnovu desnog skupa i obrnuto. Stewartov i Loveov koeficijent redundantnosti R_d predstavlja deo varijanse jednog skupa koji

je objašnjen kanoničkom varijablom drugog skupa (Stewart et al., 1968, prema Hair et al., 2005). Nije utvrđen vodič za minimalnu visinu koeficijenta redundantnosti, koja bi opravdala interpretaciju kanoničkih funkcija. Istraživač treba da proceni svaku kanoničku funkciju u svetlu teorijske i praktične značajnosti za istraživani problem i utvrdi da li je koeficijent redundantnosti dovoljan da se opravda interpretacija (Hair et al., 2005). Bitno je napomenuti da je Stewartov i Loveov R_d izazvao dosta rasprava i osporavanja tako da se sumnja u njegovu matematičku korektnost (Tenjović, 2002).

Ukoliko je utvrđeno da postoji značajna povezanost između dva skupa varijabli, sledi interpretacija relativnog značaja svake od originalnih varijabli u kanoničkim funkcijama. U tu svrhu koriste se: 1) standardizovani kanonički koeficijenti, odnosno, kanonički ponderi (canonical weights) i 2) kanonička opterećenja, odnosno, koeficijenti strukture (canonical loadings) (Thompson, 1984, prema Nimon et al, 2010; Dattalo, 2014).

Prema tradicionalnom pristupu prilikom interpretacije kanoničkih funkcija, posmatra se znak i veličina kanoničkog pondera (koeficijenta). Standardizovani koeficijenti su ponderi, koji su nakon konverzije varijabli u z formu pridruženi opaženim varijablama u linearnoj jednačini koja kombinuje varijable i daje neopaženu kanoničku varijablu (faktor). Analogni su standardizovanim beta koeficijentima u višestrukoj linearnoj regresiji. Tako da standardizovani kanonički koeficijenti predstavljaju doprinos izmerenih varijabli pri izvođenju skorova kanoničkih varijabli, pritom se uzimaju u obzir korelacije između svih opaženih varijabli u skupu (Tabachnick & Fidell, 1996). Varijable sa relativno visokim koeficijentima imaju veliki doprinos. Varijable čiji standardizovani koeficijenti imaju suprotan znak imaju obrnutu (negativnu) povezanost jedna sa drugom, dok su varijable čiji standardizovani koeficijenti imaju isti znak direktno (pozitivno) povezane. Postupak interpretacije relativnog doprinosa varijabli na osnovu kanoničkih koeficijenata kritikovan je. Iako to što su varijable u skupu korelirane ne predstavlja analitičke poteškoće, komplikuje interpretaciju rezultata, jer postaje manje jasno odakle potiču efekti (Zientek & Thompson, 2006). Recimo, nizak koeficijent može da ukaže na to da je ili varijabla irelevantna pri određenju veze ili da je parcijalizacijom isključena iz veze zbog prisustva multikolinearnosti. Druga poteškoća u korišćenju kanoničkih koeficijenata je njihova nestabilnost, odnosno variranje među uzorcima (Levine, 1977, prema Hair et al., 2005).

Kanonička opterećenja ili koeficijenti strukture su jednostavne linearne korelacije između originalnih varijabli i izvedenih kanoničkih varijabli skupa kom pripada varijabla. Preporuka je da se oni konsultuju pri interpretaciji kanoničkih funkcija kao više validne mere, pogotovo kad je prisutna kolinearnost (Dattalo, 2014; Sherry & Henson, 2005). Svaka nezavisna

kanonička funkcija posmatra se odvojeno i računaju se unutar skupa korelacije varijable sa kanoničkom varijablom. Viši koeficijent ukazuje na veću važnost varijable za izvođenje date kanoničke varijable. Kanonička opterećenja mogu biti interpretirana kao faktorska opterećenja prilikom ispitivanja relativnog doprinosa svake varijable kanoničkoj funkciji (često korišćeni pragovi za praktičnu značajnost su 0.3, 0.5 i 0.7). Kvadrirani koeficijenti strukture predstavljaju proporciju varijanse koju opažena varijabla deli sa kanoničkom varijablom.

Pretpostavke. Linearnost je važna pretpostavka kanoničke korelacione analize. Prvo, KKA se sprovodi na matrici korelacija i odražava samo linearne veze. Ukoliko veze između varijabli nisu linearne neće biti „obuhvaćene“ u KKA. Drugo, KKA maksimizira linearnu vezu između izvedenih parova kanoničkih varijabli, tako da neće obuhvatiti potencijalne nelinearne veze između parova kanoničkih varijabli. Ne postoji striktan zahtev za tim da varijable budu normalno distribuirane ukoliko se kanonička korelacija koristi deskriptivno (Hair et al., 2005; Tabachnick & Fidell, 1996). Ipak, zaključivanje o broju značajnih kanoničkih funkcija se zasniva na pretpostavci o multivarijantnoj normalnosti. Pretpostavku da su sve varijable i linearne kombinacije varijabli normalno distribuirane nije jednostavno ispitati, a dostupni testiovi obično su suviše strogi. Preporučuje se da se ispita univarijantna normalnost i izvrši transformacija varijabli ukoliko je pretpostavka o normalnoj distribuciji narušena (Hair et al., 2005; Pallant, 2007; Tabachnick & Fidell, 1996). KKA najbolje odražava relacije između varijabli ukoliko su one homoskedastične. Ukoliko je pretpostavka o homoskedastičnosti narušena, korelacije između varijabli biće prigušene. Multikolinearnost je prisutna ukoliko postoji visoka korelacija između varijabli (preko 0.8) (Pallant, 2007). Prisustvo multikolinearnosti unutar skupova može da naruši mogućnost tehnike da izoluje efekat bilo koje pojedinačne varijable, tako da interpretacija postane manje pouzdana (Hair et al., 2005). Za ocenu kanoničkih opterećenja samo za najvažniju kanoničku funkciju, preporuka je da je odnos između broja slučajeva i varijabli u uzorku 20:1 (Stevens, 1996, prema Dattalo, 2014). Za dobijanje pouzdanih ocena za dve kanoničke funkcije uzorak treba da je 40 do 60 puta veći od broja varijabli uključenih u analizu (Hair et al., 2005).

Prednosti i ograničenja. Kanonička korelacija je veoma osetljiva na uticajne tačke. Takođe, varijable koje su odabrane ili isključene iz analize mogu imati veliki efekat na rezultate. Treba imati u vidu da kanonička korelacija, u čijoj osnovi je jednostavna korelacija ne implicira kauzalnost i da se uobičajeno smatra deskriptivnom procedurom.

Još neka ograničenja KKA tiču se koeficijenta kanoničke korelacije, koji označava varijansu koju dele linearni kompoziti skupova varijabli, a ne varijansu ekstrahovanu iz varijabli. Može biti otežano identifikovanje smislenih i interpretabilnih veza između skupova varijabli, jer procedura maksimizira korelaciju, a ne nužno i interpretaciju parova kanoničkih varijabli. To znači da rešenja KKA nisu jednostavna za interpretaciju i ne moraju biti teorijski smisljena (Dattalo, 2014).

Sa druge strane, KKA može pružiti uvid u ono što velikim brojem jednostavnih bivarijantnih korelacija nije moguće. KKA je deskriptivna tehnika koja može definisati strukturu i unutar skupa zavisnih i unutar skupa nezavisnih varijabli istovremeno. Tako da je KKA logičan izbor ukoliko postoji niz zavisnih i nezavisnih varijabli. Multivarijantna analiza često ide u prilog stvarnosti, gde su višestruki ishodi povezani sa više uzroka, a uzroci sa druge strane imaju višestruke efekte (Thompson, 1986, prema Nimon et al., 2010). Istovremenim uzimanjem u obzir svih varijabli u jednoj analizi, poštuje se ekološka validnost i izbegava povećanje stope greške I vrste. Poznato je da se verovatnoća greške I vrste povećava pri sprovođenju višestrukih univarijantnih analiza (Nimon et al., 2010). Međutim, kao i kod ostalih multivarijantnih analiza, prednost modelovanja složenih relacija nosi sa sobom izazov i poteškoće prilikom interpretacije rezultata na smislen način.

Nelinearna kanonička korelaciona analiza (OVERALS)

Standardna kanonička korelaciona analiza predstavlja proširenje višestruke regresije. KKA umesto ispitivanja relacija između niza prediktora i jedne kriterijske varijable, omogućuje ispitivanje relacija između skupa prediktora i skupa kriterijskih varijabli istovremeno. Više pristupa je predloženo kao generalizacija standardne kanoničke korelacije na K skupova varijabli. Kod problema sa K brojem skupova, postoji $K(K-1)$ kanoničkih korelacija među optimalnim skupom kanoničkih varijabli, koje mogu biti dobijene iz $K \times K$ matrice korelacija (Thanoon, Adnan, & Saffari, 2015).

OVERALS predstavlja generalizaciju standardne KKA na tri načina. Prvo, dopušta više od dva skupa varijabli. Drugo, varijable mogu biti skalirane kao nominalne, ordinalne ili numeričke. Samim tim i nelinearne veze mogu biti analizirane. Zatim, umesto maksimiziranja korelacija između skupova varijabli, skupovi se porede sa kompromisnim nepoznatim skupom koji je definisan skorovima objekata (Thanoon et al., 2015). OVERALS traži subprostor koji je zajednički za nekoliko skupova varijabli merenih na istim objektima.

OVERALS sa dva skupa numeričkih varijabli analogan je standardnoj KKA (Van de Geer, 1987).

Merni nivo varijabli i optimalno skaliranje. Varijable mogu biti nominalnog, ordinalnog i intervalnog nivoa merenja. Kod ordinalnih podataka uzima se u obzir samo redosled kategorija, tako da svaka monotonno rastuća transformacija daje informaciju o objektima kao i originalno kodiranje. Kod nominalnih podataka svaka izomorfna transformacija nosi tu informaciju, a kod numeričkih svaka linearna transformacija sadrži tu informaciju. Kod OVERALS tehnike, metod optimalnog skaliranja je odabran tako da nađe najbolje transformacije varijabli. Transformacije zavise od mernog nivoa varijabli i od modela. To znači da merni nivo određuje klasu transformacija koje su dozvoljene, a fitovani model određuje koja od dozvoljenih transformacija će biti odabrana iz klase dopuštenih (Van der Burg, De Leeuw, & Dijksterhuis, 1994). Ukoliko su sve varijable tretirane kao numeričke, OVERALS postaje klasično rešenje za linearne relacije između K skupova a priori kvantifikovanih varijabli (Van de Geer, 1987).

OVERALS model. Cilj OVERALS analize je pronaći šta je zajedničko skupovima varijabli. Drugim rečima, kolike pondere treba primeniti tako da ponderisana suma svih skupova varijabli bude što sličnija međusobno. Jedan način da se izmeri sličnost ponderisane sume je korišćenje neizmerenih (neopaženih) varijabli X. Želimo da učinimo da ponderisana suma bude što je moguće sličnija sa X.

Carroll je problem kanoničke korelacione analize sa K skupova varijabli matematički izrazio kao maksimiziranu sumu kvadriranih korelacija između neopažene varijable x (kanoničke varijable) i ponderisane sume varijabli za svaki skup (Carroll, 1968, prema Van der Burg et al., 1994). Van der Burg (1988) prevodi isti problem kanoničke korelacije sa K skupova varijabli u funkciju gubitka. Minimizira se suma kvadrata razlika između x i ponderisane sume, a x je jedinično normalizovana (a.sredina 0, a varijansa 1) (Van der Burg et al., 1994). Rezultat je izraz koji dopušta više rešenja (dimenzija) za skorove objekata x i pondere a_j , gde je novo rešenje x nekorelirano sa prethodnim rešenjem/rešenjima (dimenzijama):

$$\text{Minimiziranje } \sum SSQ(X - H_j A_j) \text{ preko } X \text{ i } A_j \quad (7)$$

Za jedinično normalizovane X i H_j ; X je nekorelirano među kolonama. X je matrica reda (n x p), gde je p broj dimenzija, i A_j je matrica sa ponderima reda (m x p). Gornja jednačina je

formulacija KKA za K skupova varijabli i implicira da su varijable intervalnog nivoa merenja. Tako da definiše linearnu multivarijatnu analizu, gde se “linearno” odnosi na numerički nivo merenja (Van der Burg et al., 1994). Uvođenjem optimalnog skaliranja za varijable izraz (7) je:

$$\text{Minimiziranje } \sum SSQ(X - Q_j A_j) \text{ preko } X, A_j \text{ i } Q_j \text{ (8)}$$

Gde je Q_j matrica reda (nxm) transformisanih varijabli. Za numeričke varijable koristi se linearna transformacija, za ordinalne monotono rastuća transformacija, a za nominalne varijable izomorfna transformacija. Izraz (8) je generalizacija izraza (7), jer dopušta pored numeričkih i varijable nižeg nivoa merenja.

OVERALS model je formulisan kao problem najmanjih kvadrata, a metoda optimizacije koja se koristi za ocenu parametara modela je metoda Alternirajućih Najmanjih Kvadrata (Alternating Least Squares). Ocene parametara dobijene su iterativnim postupkom, koji se zaustavlja kada je razlika između dva uzastopna gubitka dovoljno mala (zanemariva) (Van der Burg et al., 1994).

Postupak interpretacije rezultata OVERALS analize. Vrednosti fita i gubitka pokazuju koliko dobro OVERALS rešenje fituje optimalno kvantifikovanim podacima uzimajući u obzir povezanost između skupova. Maksimalna moguća vrednost fita jednaka je broju dimenzija i ukazuje na savršenu vezu.

Gubitak (loss) je podeljen po dimenzijama i skupovima. Za svaku dimenziju i skup, gubitak predstavlja proporciju varijanse u skorovima objekata koja ne može biti objašnjena ponderisanom kombinacijom varijabli u skupu (Meulman & Heiser, 2010). *Svojstvena vrednost* za svaku dimenziju jednaka je 1 minus prosečan gubitak za datu dimenziju i ukazuje na to koliko povezanosti je datom dimenzijom prikazano. Tako da svojstvena vrednost može biti broj od 0 do 1. Suma svojstvenih vrednosti jednaka je ukupnom fitu. Vrednost *prosečnog gubitka* među skupovima ukazuje na razliku između maksimalno mogućeg fita (slaganja) i stvarnog fita. Tako da je zbir fita i prosečnog gubitka jednak broju dimenzija. Savršena sličnost retko se dobija i obično se zasniva na trivijalnim aspektima podataka. Što se tiče mogućnosti testiranja statističke značajnosti izdvojenih dimenzija, nije dostupna u standardnim statističkim softverima i izvan okvira ovog rada je. U literaturi ne postoji jasna preporuka o visini svojstvenih vrednosti koje se mogu smatrati zadovoljavajućim. Mali

gubitak ukazuje na visoke višestruke korelacije između ponderisane sume optimalno skaliranih varijabli i dimenzija (Meulman & Heiser, 2010).

Popularni statistik za dva skupa varijabli je *kanonička korelacija*. S obzirom da je povezana sa svojstvenom vrednošću i ne pruža dodatnu informaciju, nije uključena u SPSS ispisu, ali može biti izračunata prema formuli:

$$\rho_d = 2 \times E_d - 1 \quad (9)$$

Gde je d broj dimenzije, a E svojstvena vrednost.

U slučaju većeg broja skupova varijabli, formula je:

$$\rho_d = ((K \times E_d) - 1) \div (K - 1) \quad (10)$$

Gde je K broj skupova, d broj dimenzije, E svojstvena vrednost.

Još jedna mera povezanosti je *višestruka korelacija* između linearne kombinacije varijabli svakog skupa i skorova objekata (dimenzija) (Meulman & Heiser, 2010). Iako koeficijenti višestrukih korelacija nisu dostupni u ispisu SPSS-a, moguće ih je izračunati prema formuli:

$$R_k = \sqrt{(1 - G_k)} \quad (11)$$

Gde je R koeficijent višestruke korelacije, G gubitak, a k označava skup.

Obično se sprovodi nekoliko preliminarnih analiza sa različitim brojem dimenzija. Kako ne postoji mogućnost testiranja značajnosti modela, u obzir se uzima interpretabilnosti rešenja. Nakon odluke o broju dimenzija, sledi interpretacija relativnog značaja svake od originalnih varijabli u kanoničkim dimenzijama. Ukoliko nema nedostajućih podataka, komponentna opterećenja su jednaka linearnim (Pearsonovim) korelacijama između kvantifikovanih varijabli i skorova objekata (dimenzija). Koeficijenti predstavljaju regresione koeficijente na svakoj dimenziji za svaku kvantifikovanu varijablu u skupu (SPSS, 1994). Daju ideju o tome koliki je doprinos svake varijable dimenziji, unutar svakog skupa. S obzirom da se radi sa skupovima, unutar skupa može postojati prekrivanje, odnosno, multikolinearnost, tako da korišćenje koeficijenata pri interpretaciji sa sobom nosi slične probleme kao kod standardne KKA. Interpretacija doprinosa pojedinačnih varijabli primarno je bazirana na osnovu opterećenja (loadings), koji se smatraju kao više validna mera od koeficijenata (weights)

(Hair et al., 1987). Svaka dimenzija posmatra se odvojeno i računaju se korelacije transformisane varijable sa kanoničkom dimenzijom (Van der Burg et al., 1994). Opterećenja se interpretiraju analogno opterećenjima u analizi glavnih komponenti (često korišćeni pragovi za praktičnu značajnost su 0.3, 0.5 i 0.7).

Pretpostavke. Analiza se ne zasniva na probabilističkim pretpostavkama vezanim za distribuciju varijabli nad kojima se sprovodi analiza. Varijable mogu biti klasifikovane u dva ili više skupova. U OVERALS analizi varijable mogu biti skalirane kao višestruko nominalne, nominalne, ordinalne ili numeričke (intervalne). Maksimalni broj mogućih dimenzija zavisi od nivoa optimalnog skaliranja varijabli. Ako su sve varijable specifikovane kao ordinalne, nominalne ili numeričke maksimalni broj dimenzija je jednak manjoj od dve sledeće vrednosti - broj opservacija minus jedan ili ukupni broj varijabli. Ukoliko su neke varijable višestruko nominalne, maksimalni broj dimenzija je ukupni broj višestrukih nominalnih kategorija plus broj varijabli koje nisu višestruko nominalne minus broj višestruko nominalnih varijabli. Kao i standardna KKA, OVERALS je osetljiva na ekstremne rezultate (outliers) (Van der Burg & De Leeuw, 1987).

Prednosti i ograničenja. Što se tiče ograničenja, u praksi može biti teško određenje broja dimenzija u rešenju, s obzirom da se u standardnim statističkim paketima (SPSS) ne nudi mogućnost testiranja značajnosti izdvojenih kanoničkih dimenzija. Ne postoji jasan metod za odluku o broju dimenzija, potreban je balans između parsimoničnosti i interpretabilnosti (Hoffman & Franke, 1986). Kod standardne KKA je moguće statistički testirati značajnost izdvojenih kanoničkih funkcija. Prednost OVERALS analize je što omogućuje korišćenje varijabli različitih nivoa merenja, pri ispitivanju relacija između više skupova varijabli. Slično standardnoj KKA, OVERALS može pružiti uvid u ono što velikim brojem jednostavnih bivarijatnih korelacija nije moguće, i logičan je izbor kad varijable pripadaju različitim domenima. Multivarijatna analiza često ide u prilog stvarnosti, gde su višestruki ishodi povezani sa više uzroka, a uzroci sa druge strane imaju višestruke efekte (Thompson, 1986, prema Nimon et al., 2010). Prednost modelovanja složenih relacija može biti praćena poteškoćama prilikom interpretacije rezultata.

Agresivnost, nasilje i viktimizacija

Agresivnost se definiše kao relativno trajna osobina ličnosti i predstavlja sklonost da se agresivno ponaša. Predstavlja snagu agresivnog motiva, koji može biti shvaćen kao želja da se nekome naškodi (Popadić, 2009). U novije vreme, agresivnost se definiše kao multidimenzionalni konstrukt, koji obuhvata širi spektar indikatora – spremnost na verbalnu i fizičku agresiju, grubost, nezainteresovanost za dobrobit drugih, lošu kontrolu impulsa, manipulativnost i neprijateljsku nastrojenost prema drugima (Dinić, 2014). Manifestni domen agresivnosti u koji spadaju verbalna i fizička agresivnost, najviše se dovodi se u vezu sa niskom Prijatnošću Petofaktorskog modela ili modela Velkih pet. Sa druge strane, latentni domen agresivnosti, određen pre svega Hostilnošću, ali i Besom, dovodi se u vezu sa Neuroticizmom (Martin, Watson, & Wan, 2000, prema Dinić i Smederevac, 2012; Tremblay & Ewart, 2005, prema Dinić i Smederevac, 2012).

U skladu s tim nalazi više istraživanja ukazuju na potrebu za razlikovanjem neuropske od agresivne hostilnosti (Felsten, 1996; Dinić, 2014). Ovo se može dovesti u vezu sa opšteprihvaćenom podelom agresivnosti prema funkciji na afektivnu, hostilnu, neprijateljsku, odbrambenu ili reaktivnu i instrumentalnu, predatorsku ili proaktivnu (Anderson & Bushman, 2002; Popadić, 2009). Iako ova dva vida agresivnosti imaju različite korelate, i konceptualno se razlikuju, pokazalo se da su međusobno visoko povezane (Dodge & Coe, 1987, prema Popadić, 2009; Fite & Colder, 2007, prema Popadić, 2009). Reaktivna agresija je prediktor buduće proaktivne agresije što ukazuje na to da učešće u jednom vidu agresije može voditi ka drugom vidu agresije (Salmivalli & Helteenvuori, 2007).

U našem radu, agresivnost će biti procenjena upitnikom BODH, koji je nastao na osnovu empirijskih rezultata o strukturi agresivnosti u okviru različitih skala agresivnosti/prijatnosti iz upitnika za procenu ličnosti (Dinić, Mitrović i Smederevac, 2014). Upitnik je namenjen proceni četiri dimenzije agresivnosti – Osvetoljubivost, Dominacija, Bes i Hostilnost. Osvetoljubivost se može dovesti u vezu sa sklonošću ka proaktivnoj agresivnosti, koja je promišljena i isplanirana. Bes ukazuje na slabu kontrolu agresivnih impulsa i može se dovesti u vezu sa afektivnom agresivnošću, koja predstavlja sklonost impulsivnim reakcijama na opažene pretnje koje ne moraju biti realne. Dominacija se, takođe, može dovesti u vezu sa proaktivnom agresivnošću. Odlikuje je doživljaj nadmoći nad drugima, a odnosi se pre svega na sklonost ka verbalnom nadmetanju. Hostilnost se odnosi na neprijateljski stav prema drugima, netolerantnost na tuđe greške, a ne mora se ispoljiti kroz otvorene manifestacije

agresivnosti, već kroz nemanifestne, poput pasivne agresije ili indirektnih forme, poput ogovaranja (Dinić i sar., 2014).

Kao najvažniji predisponirajući faktor za javljanje agresivnog i nasilnog ponašanja ističe se osobina agresivnost (Gleason, Jensen-Campbell, & Richardson, 2004; Jensen-Campbell et al., 2002; Sharpe & Desai, 2001). Nasilje podrazumeva namerno i neopravdano nanošenje štete drugome, a nanosena šteta može biti fizička, psihološka, materijalna i sl. (Popadić, 2009). U ovom radu će se ispitivati vršnjačko nasilje. Vršnjačko zlostavljanje ili siledžijstvo (bullying) definiše se kao izloženost namerno negativnom, ponovljenom delovanju od strane jednog ili više učenika, zbog kojeg dete trpi telesnu i/ili emocionalnu štetu, a nemoćno je da se odupre (Dinić, Sokolovska, Milovanović i Oljača, 2014). Vršnjačko nasilje podrazumeva demonstraciju moći, ali ne uključuje nužno nesrazmeru moći između nasilnika i žrtve, i ne uključuje nužno zlostavljanje kao najteži oblik nasilja (Čolović, Kodžopeljić i Nikolašević, 2014; Sokolovska, Dinić i Marinković, 2015). Trpljenje nasilja se obično definiše kao bolno iskustvo i iskustvo socijalnog isključenja od strane vršnjaka, a povezano je sa neprilagođenošću u društvu (Hawker & Boulton, 2000, prema Dinić i sar., 2014). Nasilje, kao što vidimo, predstavlja ekstremni oblik agresivnog realizovanog ponašanja (Anderson & Huesman, 2003, prema Dinić i sar., 2014; Horne, Stoddard, & Bell, 2007, prema Dinić i sar., 2014; Marcus, 2007, prema Dinić i sar., 2014). Uobičajena podela agresije prema oblicima primenjuje se i na određenje oblika nasilja i viktimizacije. Tako razlikujemo fizičko, verbalno i relacionalno nasilno ponašanje, kao i analogne forme viktimizacije (Dinić i sar., 2014).

Prethodna istraživanja ukazuju na pozitivnu vezu između nasilništva i agresije (Coolidge, DenBoer, & Segal, 2004, prema Dinić, Sokolovska i sar., 2014; Veenstra et al., 2005). Po definiciji, siledžijstvo je pre proaktivna nego reaktivna agresija (Salmivalli & Nieminen, 2002). Međutim, istraživanja usmerena na povezivanje ponašanja siledžijstva i agresivnosti, pokazala su da je siledžijstvo povezano i sa proaktivnom i sa reaktivnom agresivnošću (Pellegrini et al., 1999, prema Salmivalli & Nieminen, 2002).

Nasilje se može posmatrati i kroz uloge koje postoje u nasilnoj interakciji. Prema klasičnom viđenju, dve osnovne uloge u nasilnoj interakciji su – nasilnik i žrtva. Žrtva nasilja je submisivna, pasivna i neagresivna (Olweus 1973, 1978, 1991, prema Salmivalli & Nieminen, 2002). Neka istraživanja ukazuju na povezanost između viktimizacije i submisivnosti (Schwartz et al., 1998, prema Salmivalli & Nieminen, 2002). Sa druge strane, pokazalo se da su agresivni odgovori žrtvi na nasilje veoma česti (Salmivalli, Lagerspetz, Björkqvist, Österman, & Kaukiainen, 1996). Rezultati nekih istraživanja ukazuju na to da je viktimizacija povezana sa reaktivnom agresivnošću (Pellegrini et al., 1999, prema Salmivalli & Nieminen,

2002; Poulin & Boivin, 2000, prema Salmivalli & Nieminen, 2002; Schwartz et al., 1998, prema Salmivalli & Nieminen, 2002), što ukazuje na to da žrtve pored submisivnog ponašanja mogu ispoljiti i agresivno ponašanje. Novija istraživanja nasilja prave razliku između klasične žrtve i provokativne žrtve ili agresivne žrtve ili nasilnika-žrtve (Salmivalli & Nieminen, 2002; Popadić, 2009), iako se deca obično nalaze negde između kontinuuma nasilnik-žrtva (Bosworth, Espelage, & Simon, 1999, prema Cook, Williams, Guerra, Kim, & Sadek, 2010; Olweus, 1994, prema Cook et al., 2010; Swearer, Song, Cary, Eagle, & Mickelson, 2001, prema Cook et al., 2010). Nasilnike-žrtve karakteriše sklop anksioznih i agresivnih ponašanja. Oni su istovremeno meta tuđe agresije, ali su i sami agresivni. Ovome u prilog idu i rezultati istraživanja, koji ukazuju na povezanost nasilja i viktimizacije (Čolović, i sar., 2014; Salmivalli et al., 1996; Graham, Bellmore & Mize, 2002, prema Čolović i sar., 2014; Farrell, Sullivan, Goncy, & Le, 2015; Salmivalli, 1999, prema Popadić, 2009). Rezultati većeg broja istraživanja iz oblasti psihologije ličnosti ukazuju na to da je prijatnost (negativni pol prijatnosti blizak je agresivnosti) najvažniji prediktor svih uloga u nasilnoj interakciji (Gleason et al., 2004; Jensen-Campbell et al., 2002; Sharpe & Desai, 2001). Niska prijatnost karakteristična je kako za žrtve tako i za nasilnike (Tani et al., 2003, prema Kodžopeljić et. al, 2014), a prediktor je porasta viktimizacije tokom vremena (Jensen-Campbell et al., 2002). Takođe, pojedine studije ukazuju na to da su žrtve-nasilnici najagresivniji (Veenstra et al., 2005) i da postižu više skorove na proaktivnoj i reaktivnoj agresivnosti u odnosu na nasilnike (Burton, Florell, & Gore, 2013). Pojedine studije ukazuju na povezanost između indirektna agresije i indirektna viktimizacije, kao i na njihove zajedničke korelate poput nelagode prema besu (potiskivanje misli i osećanja u vezi sa besom), utišavanje selfa (silencing the self), ozlojeđenosti i depresije, iritabilnosti, sumnje (Leenaars & Lester, 2011).

Problem istraživanja i pretpostavke

Rad se bavi ispitivanjem strukture relacija između agresivnosti, nasilja i viktimizacije kao višedimenzionalnih konstrukata. Cilj je utvrditi na koji način su dimenzije agresivnosti povezane sa različitim načinima ispoljavanja i trpljenja nasilja. Istraživanje problema definisanog na ovaj način može biti učinjeno na osnovu tri pristupa, u zavisnosti od toga da li se dimenzije tretiraju kao jedan, dva ili tri skupa varijabli. Multidimenzionalno skaliranje, kao jedna od mogućih, a retko korišćenih alternativa faktorskoj analizi i analizi glavnih

komponenti, tretira varijable kao jedan skup. Kanonička korelaciona analiza, namenjena je ispitivanju strukture relacije između dva skupa varijabli. Primenom kanoničke korelacione analize biće ispitane relacije između dimenzija agresivnosti upitnika BODH, sa jedne strane, i oblika nasilja i viktimizacije upitnika UVNV, sa druge strane. Treća analiza podrazumeva ispitivanje relacija između varijabli podeljenih na tri skupa, uz primenu nelinearne kanoničke korelacione analize OVERALS. Pritom, prvi skup predstavljaju dimenzije agresivnosti, drugi oblici nasilništva, a treći oblici viktimizacije. Cilj je i uporediti tri rešenja i razmotriti da li se bolji uvid u relacije između navedenih konstrukata dobija podelom varijabli na skupove.

Očekujemo da će dimenzije agresivnosti biti povezane sa nasiljem, s obzirom na to da predstavljaju glavni prediktor agresivnog ponašanja. Specifičnije, imajući u vidu sadržinsku bliskost, možemo očekivati povezanost Dominacije sa Verbalnim nasiljem. Dalje, Osvetoljubivost kao želja za nanošenjem fizičkih povreda može biti povezana sa Fizičkim nasiljem. Kako je Hostilnost određena sklonošću ka manje direktnim formama nasilja možemo očekivati da će biti povezana sa Relacionim nasiljem (Archer & Webb, 2006; Dinić i sar., 2014). Bes, koji se odnosi na sklonost gubitku bihejvioralne kontrole bi, takođe, mogao biti povezan sa različitim formama nasilja. Sa druge strane, Bes koji se najviše dovodi u vezu s reaktivnom odnosno afektivnom agresijom, može biti povezan sa viktimizacijom (Pellegrini et al., 1999, prema Salmivalli & Nieminen, 2002; Poulin & Boivin, 2000, prema Salmivalli & Nieminen, 2002; Schwartz et al., 1998, prema Salmivalli & Nieminen, 2002), mada novija istraživanja ukazuju na povezanost viktimizacije i sa proaktivnom agresivnošću (Burton et al., 2013). Iste forme nasilja i viktimizacije, takođe mogu biti povezane kao što je dobijeno u slučaju indirektnog nasilja i viktimizacije (Leenaars & Lester, 2011) i fizičkog nasilja i viktimizacije (Bettencourt, Farrell, Liu, & Sullivan 2013).

Osnovni cilj rada je utvrditi strukturu relacija između dimenzija agresivnosti, oblika nasilništva i viktimizacije. Novina u odnosu na većinu prethodnih istraživanja jeste istovremeno razmatranje relacije navedenih konstrukata kao višedimenzionalnih. Imajući u vidu navedeno, bitno je odabrati primerene statističke tehnike. U tom smislu rad se bavi i mogućnostima primene odabranih multivarijatnih tehnika za ispitivanje ovako definisanog problema, uz osvrt na ograničenja svake od tehnika. U oblasti ispitivanja nasilja i viktimizacije, dominantan je pristup orijentisan na osobu (person-centered) (Burton et al., 2013; Salmivalli et al., 1996; Salmivalli & Nieminen, 2002; Veenstra et al., 2005). U ovom radu korišćen je drugačiji pristup, orijentisan na varijable, odnosno sklop povezanosti varijabli.

Još jedan doprinos rada jeste u prikazu statističkih tehnika, koje su manje poznate ili manje korišćene u psihološkim istraživanjima. Iako je multidimenzionalno skaliranje, kao porodica tehnika, bliska faktorskoj analizi i analizi glavnih komponenti, veoma je retko korišćena u psihološkim istraživanjima i manje je poznata istraživačima. Slično, kanonička korelaciona analiza, koja omogućuje ispitivanje strukture relacija dva skupa varijabli, relativno retko je korišćena u društvenim istraživanjima. To bi delom moglo da se pripiše tome što istraživači “zaziru” od multivarijatnih tehnika (Sherry & Henson, 2005). Upoznavanje sa time kako operišu kanonička korelaciona analiza i nelinearna kanonička korelaciona analiza može usmeriti domaće istraživače na njihovu primenu u slučajevima kada predstavljaju prigradiniji izbor u odnosu na dobro poznate univarijatne statističke tehnike. U tom smislu, jedan od ciljeva rada je smanjiti statističke barijare i približiti istraživačima društvenih nauka multidimenzionalno skaliranje, kanoničku korelacionu analizu i nelinearnu kanoničku korelacionu analizu.

METOD

Uzorak

U radu su korišćeni podaci iz istraživanja sprovedenog u okviru projekta “Vršnjačko nasilje među srednjoškolskom omladinom” pod pokroviteljstvom Gradske uprave za sport i omladinu, Kancelarija za mlade. Početni uzorak činilo je 649 učenika srednjih škola iz urbane sredine, II, III i IV razreda (učenici I razreda nisu ispitani zbog pretpostavke da još uvek nemaju dovoljno iskustva u interpersonalnim interakcijama sa drugim učenicima). Uzorkom su obuhvaćene tri gimnazije i pet srednjih stručnih škola. Nakon sprovedenog tretmana nedostajućih podataka i uklanjanja univarijatnih i multivarijatnih autlajera, uzorak je smanjen na 624 ispitanika (videti odeljak Priprema i analiza podataka), od čega je 383 (61,6%) muškog pola.

Instrumenti

Upitnik vršnjačkog nasilja i viktimizacije (UVNV: Dinić, Sokolovska i Kodžopeljić, 2014, prema Dinić, Sokolovska i sar., 2014). UVNV je namenjen samoproceni učestalosti vršnjačkog nasilja i viktimizacije. Uz stavke je priložena petostepena skala za odgovaranje (0 – nikada, 1 – nekoliko puta godišnje, 2 – nekoliko puta mesečno, 3 – jednom nedeljno, 4 – nekoliko puta nedeljno). Upitnik je sastavljen iz dva dela. Prvi deo čini 14 stavki koje se odnose na tri različita oblika vršenja vršnjačkog nasilja – fizičko, verbalno i relaciono/indirektno nasilje. Drugi deo upitnika sadrži, takođe, 14 analognih stavki koje se odnose na viktimizaciju, odnosno trpljenje fizičkog, verbalnog i relacionog nasilja. Period za koji se vršila procena je prethodna školska godina.

Supskale Fizičko nasilje i Fizička viktimizacija sastoje se od po sedam stavki, koje se odnose na sklonost ka vršenju težeg i lakšeg fizičkog nasilja i sklonost ka indirektnom fizičkom nasilju, poput oštećenja predmeta koji pripada žrtvi. Supskale Relaciono nasilje i Relaciona viktimizacija sastavljene su od po četiri stavke koje se odnose na tračarenje, ogovaranje, namerno ignorisanja žrtve, spletkarenje i nagovaranje drugih da se ne druže sa žrtvom. Cilj ovakvih ponašanja je narušavanje socijalnih relacija žrtve. Supskale Verbalno nasilje i Verbalna viktimizacija sastoje se od po tri stavke koje se odnose na sklonost ismevanja drugih, zbijanja grubih šala na račun drugih, vikanje na druge i nazivanje drugih pogrdnim imenima.

Upitnik agresivnosti BODH (Dinić i sar., 2014). BODH sastoji se od 23 stavke uz koje je priložena Likertova petostepena skala za odgovore (od 1 – uopšte se ne slažem do 5 – u potpunosti se slažem). Upitnik je nastao kao rezultat eksploracije zajedničkog prostora merenja skala agresivnosti odn. prijatnosti iz različitih upitnika za procenu ličnosti. Korišćene su sledeće skale iz inventara nastalih na osnovu psiholeksičke paradigme - Prijatnost iz upitnika BFI, Prijatnost iz IPIP simulacije inventara HEXACO-PI-R, Agresivnost iz inventara VP+2, kao i iz inventara nastalih na osnovu psihobiološke paradigme u ispitivanju strukture ličnosti - Agresivnost/Hostilnost iz upitnika ZKPQ-III-R, Borba iz upitnika UOP, Agresivnost iz MPQ. Na osnovu uvida u strukturu izdvojenih faktora konstruisane su stavke upitnika BODH koje referiraju na sadržaj tih faktora. Upitnik sadrži četiri supskale: Bes, kojim se meri sklonosti ka učestalom doživljavanju besa i ljutnje, kao i nedostatku samokontrole usled doživljavanja besa; Osvetoljubivost, kojom se meri sklonost ka pažljivo planiranim osvetničkim aktima prema osobama koje su na neki način oštetile interese ispitanika; Dominacija, kojom se meri sklonost socijalnoj dominaciji, svađalaštvu i insistiranju na vlastitim stavovima; i Hostilnost, koja je namenjena merenju neprijateljskog stava i netrpeljivosti prema drugima.

Priprema i analiza podataka

Podaci su pripremljeni na način da se eliminišu ispitanici kod kojih je primetan određeni procenat nedostajućih podataka, koji su univarijatni ili multivarijatni autlajeri. Najpre su isključeni slučajevi sa nedostajućim podacima na nekoj od 10 varijabli. Ovakav tretman je opravdan, jer je bilo svega 7 slučajeva sa nedostajućim vrednostima (1.1%), što čini mali deo od početnog uzorka (649). Potom je sprovedeno ispitivanje normalnosti varijabli inspekcijom koeficijenta zakošenosti (Sk) i spljoštenosti (Ku). Distribucija varijabli Fizičko nasilje i Fizička viktimizacija odstupala je od normalne ($Sk > 2$ i $Ku > 2$) (Tabachnick & Fidell, 1996). Izvršena je Rankit normalizaciji istih varijabli, kao najtačnija i preporučena u društvenim i bihevioralnim istraživanjima (Solomon & Sawilowsky, 2009). Zatim su uklonjeni univarijatni autlajeri na svim varijablama, tj. slučajevi čiji su standardizovani skorovi bili ispod ili iznad kritične vrednosti od $z = \pm 3.29$ na nekoj od varijabli (12 slučajeva). U sledećem koraku, na osnovu izračunatih vrednosti Mahalanobisovih distanci, uklonjeno je 6 multivarijatnih autlajera ($\chi^2(10) = 29.59$, $p < .001$) (Tabachnick & Fidell, 1996).

U cilju ispitivanja relacija između svih varijabli u višedimenzionalnom prostoru, primenjene su tri analize podataka. Prva analiza je multidimenzionalno skaliranje – PROXSCAL. Budući

da su podaci kvantitativni, odabrano je metrijsko intervalno skaliranje (Hout et al., 2013), a formirana je ulazna matrica Euklidskih distanci, koje su u običajen izbor i preporučene kada je cilj analize vizuelizacija strukture podataka (Wickelmaier, 2003). U cilju ispitivanja strukture relacija između dimenzija agresivnosti kao jednog skupa i različitih oblika nasilja i viktimizacije kao drugog skupa, sprovedena je kanonička korelaciona analiza. Alternativno, u cilju ispitivanja relacija između dimenzija agresivnosti (jedan skup), oblika nasilja (drugi skup) i oblika trpljenja nasilja (treći skup) primenjena je nelinearna kanonička korelaciona analiza OVERALS.

REZULTATI

Deskriptivni pokazatelji i pouzdanost varijabli

Sve supskale imaju zadovoljavajuću pouzdanost (Tabela 1). Nešto nižu, ali prihvatljivu pouzdanost ostvaruju supskale Relaciono nasilje, Relaciona viktimizacija i Hostilnost.

Tabela 1

Deskriptivni pokazatelji i pouzdanost skala

	Broj					
	ajtema	AS	SD	Sk	Ku	α
Relaciono nasilje	4	0.66	0.70	1.40	1.53	.63
Verbalno nasilje	3	1.54	1.12	.519	-0.70	.76
Relaciona viktimizacija	4	0.59	0.68	1.23	1.02	.69
Verbalna viktimizacija	3	0.87	0.84	1.04	0.42	.75
Osvetoljubivost	6	2.27	0.90	0.56	-0.20	.86
Dominacija	7	2.24	0.82	0.39	-0.36	.83
Bes	5	2.50	0.93	0.34	-0.51	.83
Hostilnost	5	3.42	0.79	-0.15	-0.16	.63
Fizičko nasilje ^a	7	0.02	0.82	0.68	-0.52	.82
Fizička viktimizacija ^a	7	0.05	0.77	1.04	-0.14	.81

Napomena. ^aDeskriptivni pokazatelji varijabli nakon izvršene Rankit normalizacije.

Korelacije između oblika nasilja, oblika viktimizacije i dimenzija agresivnosti

Korelacije između oblika nasilja međusobno, kao i između oblika viktimizacije međusobno su umerene do visoke. Korelacija između Verbalnog i Fizičkog nasilja je najviša. Korelacije između istih oblika vršenja i trpljenja nasilja su barem umerene. Pritom je korelacija između Fizičkog nasilja i Fizičke viktimizacije nešto viša (Tabela 2).

Korelacije svih oblika nasilja sa dimenzijama agresivnosti su značajne, osim korelacije Fizičkog nasilja sa Hostilnošću. Fizičko nasilje je u najvećoj meri povezano sa Osvetoljubivošću, dok je Verbalno nasilje u najvećoj meri povezano sa Besom. Korelacije između oblika viktimizacije i dimenzija agresivnosti su nešto niže i uglavnom značajne. Nije

značajna korelacija Verbalne viktimizacije sa Osvetoljubivošću i Dominacijom, ni korelacija Fizičke viktimizacije sa Hostilnošću (Tabela 2).

Korelacije između dimenzija agresivnosti međusobno su značajne. Primetne su visoke korelacije dimenzija Osvetoljubivost, Bes i Dominacija. Hostilnost je umereno povezana sa ostalim dimenzijama, a nešto više sa Besom (Tabela 2).

Tabela 2

Korelacije između dimenzija agresivnosti, oblika nasilja i oblika viktimizacije

	Fizičko nasilje	Verbalno nasilje	Relaciono nasilje	Fizička viktimizacija	Verbalna viktimizacija	Relaciona viktimizacija	Osvetoljubivost	Dominacija	Bes
Fizičko nasilje	1								
Verbalno nasilje	.59**	1							
Relaciono nasilje	.42**	.43**	1						
Fizička viktimizacija	.54**	.33**	.20**	1					
Verbalna viktimizacija	.31**	.40**	.27**	.61**	1				
Relaciona viktimizacija	.21**	.21**	.35**	.45**	.58**	1			
Osvetoljubivost	.38**	.29**	.21**	.24**	.06	.15**	1		
Dominacija	.29**	.28**	.24**	.12**	.06**	.17**	.68**	1	
Bes	.32**	.36**	.27**	.12**	.12**	.22**	.55**	.63**	1
Hostilnost	.06	.18**	.18**	-.01	.12**	.17**	.27**	.24**	.39**

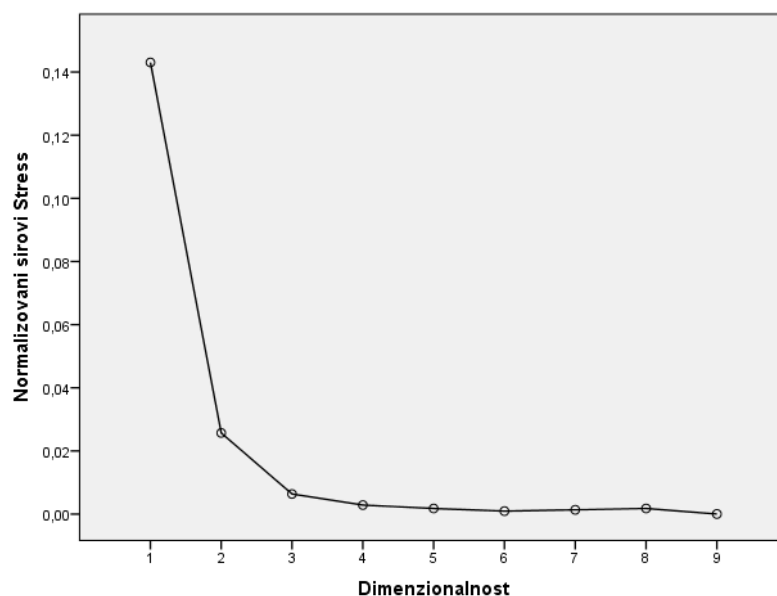
** $p < .01$

Rezultati multidimenzionalnog skaliranja

Sprovedeno je PROXSCAL metrijsko multidimenzionalno skaliranje. Formirana je matrica Euklidskih distanci između dimenzija agresivnosti, oblika nasilja i oblika viktimizacije (prethodno standardizovanih), kao polazna matrica za MDS. Polazna matrica data je u Prilogu. Euklidske distance odabrane su kao uobičajena mera za kontinuirane varijable (Wickelmaier, 2003) uz metrijsko intervalno skaliranje. Budući da su varijable standardizovane, Euklidske distance su proporcionalne Pearsonovim koeficijentima korelacije (Wilkinson, 1998).

Prvi korak je utvrditi optimalan broj dimenzija za prostorni prikaz relacija varijabli. Opšte pravilo za određenje broja dimenzija je $I > 4R$, gde je I broj stimulusa, a R broj dimenzija (Stroms, 1997, prema Notelaers, 2000). Prema ovoj preporuci, optimalni broj dimenzija za 10 stimulusa tj. varijabli je 2.5 tj. < 3 .

Preliminarno je sprovedeno 9 PROXSCAL skaliranja, sa specifikovanjem od 9 do 1 dimenzije, kako bismo načinili Scree dijagram normalizovanog sirovog stress-a naspram dimenzionalnosti. Prema kriterijumu “lakta”, nije potpuno jasno da li je optimalno dvodimenzionalno ili trodimenzionalno rešenje (Grafik 1). Ipak, “pad” je najizraženiji na prelazu sa prve na drugu dimenziju. Uzimajući u obzir sve navedeno, kao i da je u dvodimenzionalnoj konfiguraciji dobijeno interpretabilno rešenje, zadržane su dve dimenzije.



Grafik 1. Normalizovani sirovi Stress prema broju dimenzija u modelu

Stabilno dvodimenzionalno rešenje dobijeno je nakon 13 iteracija. U Tabeli 3 date su različite mere stress-a i fita, koje indikuju koliko dobro distance u MDS rešenju aproksimiraju originalne (ulazne) distance. Našim modelom, uz primenjeno metrijsko skaliranje, nije objašnjeno oko 2.5 % varijanse originalnih (ulaznih) podataka. Vrednost S-Stress ukazuje na dobar fit za dvodimenzionalno rešenje (< 0.1 , Szabó, 2010). Stress-1 koji je predložio Kruskal, ukazuje na prihvatljiv fit (< 0.2 , Wickelmaier, 2013). Oko 97% varijanse skaliranih podataka je objašnjeno odgovarajućim distancama (preko 90% se smatra dobrim kod metrijskog skaliranja).

Tabela 3

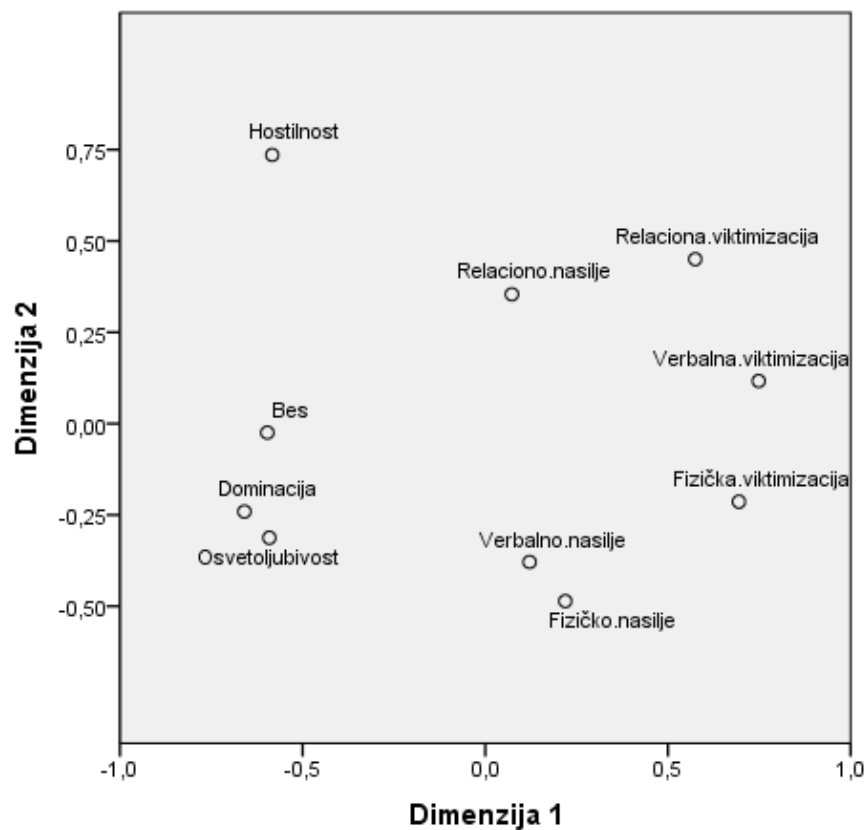
Pokazatelji stress-a i fita (slaganja)

Pokazatelj	Vrednost
Normalizovani Sirovi Stress	.03
Stress-I	.16
S-Stress	.07
Modelom objašnjena varijansa (D.A.F.)	.97
Takerov koeficijent kongruencije	.99

Dvodimenzionalni dijagram koordinata varijabli prikazan je na Grafiku 2. Dimenzija 1 razdvaja skorove skala BODH i skorove skala UVNV, pritom je najizraženije razdvajanje između skala BODH (levi pol dimenzije) i skala viktimizacije (desni pol dimenzije). Dakle, prema prvoj dimenziji primetno je razdvajanje tri grupe skala – skala agresivnosti, skala nasilja i skala viktimizacije. Izdvajanje koje je dobijeno na prvoj dimenziji se odnosi na izdvajanje osobina od ponašanja.

Druga dimenzija razdvaja sa jedne strane Hostilnost iz upitnika BODH od ostalih skala, a posebno od manifestnih formi nasilja (Fizičkog i Verbalnog) i Osvetoljubivosti iz BODH. Može se videti da je Hostilnost iz BODH najbliža Besu iz istog upitnika. Ostale skale s kojima je Hostilnost umereno bliska su Relaciono nasilje i Relaciona viktimizacija. U okviru ove dimenzije izdvojen je klaster skala agresivnosti – Osvetoljubivost, Dominacija i Bes, koji ukazuje na visoku povezanost između njih. Pritom je nešto izraženija povezanost Osvetoljubivosti i Dominacije. Evidentna je i bliskost između manifestnih formi nasilja - Fizičkog i Verbalnog, a oba su udaljena od Relacionog nasilja, pri čemu je Fizičko nasilje udaljenije od Relacionog. Interesantno je da je Relaciono nasilje bliže Relacionoj

viktimizaciji i Verbalnoj viktimizaciji, nego manifestnim formama nasilja. Fizičkom nasilju je od dimenzija agresivnosti najbliža Osvetoljubivost. Verbalnom nasilju je, takođe, najbliža Osvetoljubivost, a zatim približno jednako Dominacija i Bes. Na osnovu navedenog, može se zaključiti da ova dimenzija razdvaja otvorene od prikrivenih oblika nasilja i viktimizacije, kao i njihove korelate u dimenzijama agresivnosti, te je predloženi naziv druge dimenzije otvorena naspram prikrivenoj agresiji.



Grafik 2. Dijagram koordinata varijabli: Dimenzija 1 naspram Dimenzije 2.

Rezultati kanoničke korelacione analize

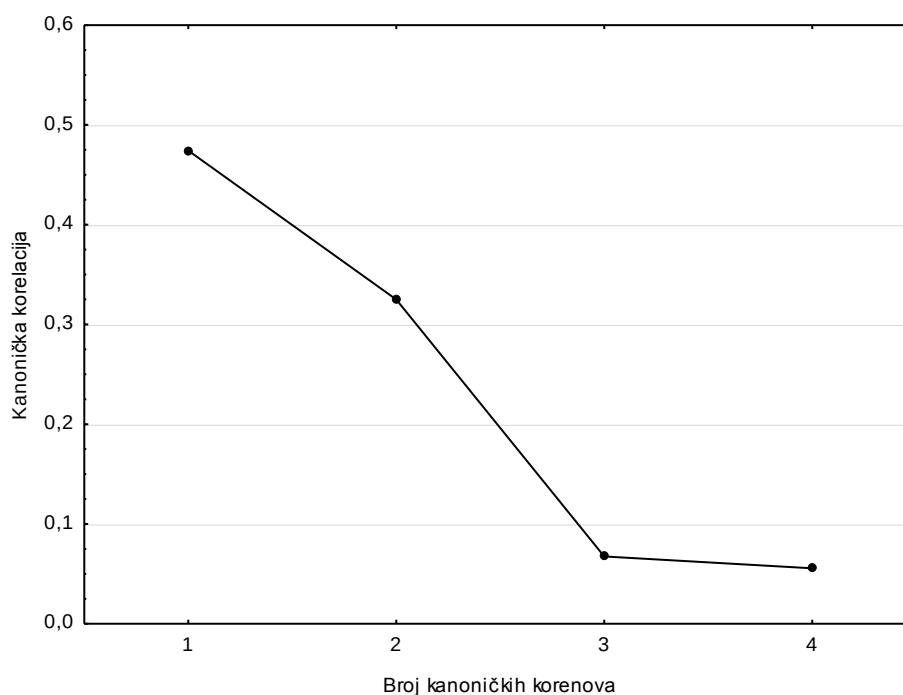
Ukupno, ceo model sa svim funkcijama je statistički značajan, sa vrednošću Wilk's lambda 0.688, $F(24, 2143.20) = 10.103$, $p < .001$ (Tabela 4). Drugim rečima, postoji statistički značajna povezanost između dva skupa varijabli.

U Tabeli 4 vidimo da je izdvojeno četiri kanoničke funkcije (što odgovara broju varijabli u manjem skupu), od kojih su dve značajne. Na Grafiku 3 je vizuelno prikazan linijski dijagram kanoničkih korelacija četiri para izdvojenih kanoničkih faktora. Primetan je nagli pad nakon izdvajanja druge kanoničke funkcije.

Tabela 4

Analiza redukcije dimenzija

	Kanon. R	Kanon. R^2	Wlks' Λ	F	Pretpostavljeni df	df greške	p
1	.47	.23	.69	10.10	24	2143.20	.000
2	.33	.11	.89	4.99	15	1698.15	.000
3	.07	.01	.99	0.59	8	1232.00	.786
4	.06	.00	.99	0.64	3	617.00	.591



Grafik 3. Kanoničke korelacije naspram rednog broja funkcije

Puni model (funkcije od 1 do 4) je statistički značajan, $F(24, 2143.20) = 10.10, p < .001$. Kumulativni efekti funkcija 2 do 4 su statistički značajne, $F(15, 1698.15) = 4.99, p < .001$. Funkcije 3 do 4 nisu objasnile statistički značajnu količinu deljene varijanse između skupova, $F(8, 1232) = 0.59, p = .786$. Funkcija 4 (koja je jedina funkcija koja je testirana izolovano) nije objasnila statistički značajan procenat varijanse između dva skupa $F(3, 617) = 0.64, p = .591$. To znači da nakon izdvajanja prve dve funkcije, izdvajanje treće i četvrte funkcije nije značajno doprinelo objašnjenju preostale varijanse. Imajući u vidu da prve dve funkcije objašnjavaju razumnu količinu varijanse (svaka preko 10%) unutar svojih funkcija, odlučeno je da budu interpretirane.

Prva kanonička funkcija objašnjava oko 23% varijanse koje linearno deli prvi par kanoničkih faktora (Tabela 4). Na osnovu koeficijenata strukture (Tabela 5), relevantne varijable ($>.30$) iz levog skupa su primarno Fizičko i Verbalno nasilje – dakle, manifestne forme vršenja nasilja. Ovaj zaključak je podržan od strane kvadriranih koeficijenata strukture, koji ukazuju na količinu varijanse kojom opažena varijabla može doprineti izdvojenoj varijabli (kanoničkom faktoru).

Što se tiče desnog skupa, najviše korelacije sa prvim faktorom desnog skupa ostvaruju Bes, Osvetoljubivost i Dominacija, dok znatno niži doprinos ostvaruje Hostilnost. Kvadrirani koeficijenti strukture pokazuju da je oko 80% varijanse Besa i 75% varijanse Osvetoljubivosti objašnjeno izdvojenim faktorom, dok je svega oko 10% varijabiliteta Hostilnosti objašnjeno prvim kanoničkim faktorom.

Opšta agresivnost, određena sklonošću nekontrolisanom ispoljavanju besa, planiranju odmazde i sklonošću ka svađalaštvu povezana je, pre svega, sa oblicima direktnog nasilja, a nešto manje sa indirektnim nasiljem i pojedinim oblicima viktimizacije. Predloženi naziv za prvu kanoničku funkciju je manifestna agresija.

Tabela 5

Kanoničko rešenje za prvu funkciju

Funkcija 1							
Varijabla	Koef	r_s	r_s^2 (%)	Varijabla	Koef	r_s	r_s^2 (%)
Fizičko nasilje	-.53	-.84	70	Osvetoljubivost	-.52	-.87	75
Relaciono nasilje	-.10	-.58	34	Dominacija	-.07	-.77	60
Verbalno nasilje	-.50	-.78	61	Bes	-.58	-.89	79
Fizička vikt.	-.03	-.43	18	Hostilnost	.04	-.34	11
Relaciona vikt.	-.44	-.45	20				
Verbalna vikt.	.44	-.21	4				

Napomena. Koeficijenti strukture veći od 0.3 su podebljani. Koef= standardizovani koeficijenti kanoničke funkcije; r_s = koeficijenti strukture; r_s^2 = kvadrirani koeficijenti strukture.

Druga kanonička funkcija objašnjava oko 11% varijanse unutar svoje funkcije (Tabela 4). Na osnovu koeficijenata strukture, primarno relevantna varijabla iz levog skupa je Fizička viktimizacija, a zatim približno jednako relevantne su Relaciona viktimizacija, Relaciono nasilje i Fizičko nasilje. S tim da su Fizička viktimizacija i Fizičko nasilje pozitivno povezane, a Relaciona viktimizacija i Relaciono nasilje su negativno povezane sa drugim kanoničkim faktorom levog skupa (Tabela 6).

Što se tiče desnog skupa, primarno relevantna varijabla je Hostilnost, dok su sekundarno relevantne varijable Bes i Osvetoljubivost. S tim da su Hostilnost i Bes negativno povezane, a Osvetoljubivost pozitivno povezana sa drugim kanoničkim faktorom desnog skupa (Tabela 6).

Ako pogledamo koeficijente strukture za celu drugu funkciju, vidimo da su Hostilnost i Bes pozitivno povezane sa Relacionim nasiljem i Relacionom viktimizacijom, a negativno povezane sa Fizičkim nasiljem i Fizičkom viktimizacijom. Osvetoljubivost je pozitivno povezana sa Fizičkim nasiljem i Fizičkom viktimizacijom, a negativno povezana sa Relacionim nasiljem i Relacionom viktimizacijom. Tako, drugu kanoničku funkciju dominantno određuje neprijateljski stav prema drugima i u manjoj meri neprijateljski afekat, a koji se dovode u vezu sa prikrivenim i suptilnijim formama nasilja i viktimizacije, uz sniženu sklonost učešća u manifestnoj nasilnoj interakciji. Predloženi naziv za drugu kanoničku funkciju je je prikrivena agresija.

Tabela 6

Kanoničko rešenje za drugu funkciju

Funkcija 2							
Varijabla	Koef	r_s	r_s^2 (%)	Varijabla	Koef	r_s	r_s^2 (%)
Fizičko nasilje	.38	.32	10	Osvetoljubivost	1.02	.36	13
Relaciono nasilje	-.24	-.33	11	Dominacija	-.37	-.10	1
Verbalno nasilje	-.39	-.23	5	Bes	-.40	-.35	12
Fizička vikt.	.93	.49	24	Hostilnost	-.69	-.66	44
Relaciona vikt.	-.39	-.34	12				
Verbalna vikt.	-.50	-.26	7				

Napomena. Koeficijenti strukture veći od 0.3 su podebljani. Koef= standardizovani koeficijenti kanoničke funkcije; r_s = koeficijenti strukture; r_s^2 = kvadrirani koeficijenti strukture.

Alternativna ili dopunska strategija za interpretaciju deljene varijanse dva skupa, je indeks redundantnosti R_d . R_d za levi skup iznosi 9.12 % i ukazuje na procenat varijanse u originalnom levom skupu (oblici nasilja i viktimizacije) objašnjen kanoničkim faktorima desnog skupa. R_d za desni skup iznosi 14.58% i ukazuje na procenat varijanse u desnom skupu (dimenzije agresivnosti) objašnjen kanoničkim faktorima levog skupa. Vidimo da je mali procenat objašnjene varijanse u originalnim skupovima, što je dobrim delom određeno visinom kanoničkih korelacija.

Rezultati nelinearne kanoničke korelacione analize

Alternativno, multivarijatne relacije između varijabli, mogu biti ispitane nelinearnom kanoničkom korelacionom analizom. Iako su oblici nasilja i trpljenja nasilja iz prostora merenja jednog instrumenta, teorijski može biti opravdano razdvajanje skupa varijabli koje se odnose na nasilje i trpljenje nasilja. Tako su definisana tri skupa: 1) Fizičko nasilje, Verbalno nasilje, Relaciono nasilje; 2) Fizička viktimizacija, Verbalna viktimizacija i Relaciona viktimizacija; 3) Osvetoljubivost, Dominacija, Bes, Hostilnost. Kako bi analiza bila sprovedena, skorovi na varijablama su transformisani u varijable ordinalnog nivoa, tj. u rang koji ispitanik zauzima na osnovu skora na skali u odnosu na ostale ispitanike (Van der Burg, et al., 1994). Ispitanicima sa jednakim skorovima dodeljen je isti (uprosečen) rang.

Nelinearnom kanoničkom analizom (OVERALS) izdvojene su dve dimenzije na osnovu zadovoljavajuće visine normalizovanog fita i interpretabilnosti. Vrednosti gubitaka, svojstvenih vrednosti i vrednosti fita za prikaz sličnosti između skupova su prikazani u Tabeli 7. Vrednosti fita i gubitka pokazuju koliko dobro OVERALS rešenje fituje optimalno kvantifikovanim podacima uzimajući u obzir povezanost između skupova. Normalizovani fit modela iznosi 1.149, (od maksimalno mogućeg 2), tako da je modelom objašnjeno $1.149/2 = 57\%$ varijanse. Za izolovane dimenzije, svojstvene vrednosti su visoke, tako da je prvom dimenzijom objašnjeno $0.602/1.149 = 52.39\%$ fita datog modela, a drugom dimenzijom $0.55/1.149 = 47.87\%$. Najveći gubitak je za treći skup na obe dimenzije. Na osnovu gubitaka možemo zaključiti da prva dva skupa (oblici nasilja i viktimizacije) u većoj meri međusobno koreliraju, u odnosu na set koji obuhvata dimenzije agresivnosti. Prosečan gubitak za sve skupove iznosi 0.85. Kanonička korelacija prve dimenzije iznosi .40 i umerena je, dok je kanonička korelacija za treću dimenziju nešto niža i iznosi .30.

Tabela 7

Rezultati dvodimenzionalnog rešenja

		Dimenzija		Suma
		1	2	
Vršenje nasilja		.26	.42	0.68
Trpljenje nasilja		.41	.37	0.78
Dimenzije agresivnosti		.53	.57	1.10
Gubitak	AS	.40	.45	0.85
Svojstvena vrednost		.60	.55	
Fit				1.15

Još jedna mera asocijacije je koeficijent multiple korelacije između linearne kombinacije iz svakog skupa i skorova objekata (na dimenzijama). Vidimo da su najviši koeficijenti multiple korelacije optimalno skaliranih varijabli skupa 1 (oblici nasilja) i skupa 2 (oblici viktimizacije) sa obe dimenzije, dok su nešto niži, ali relativno visoki analogni koeficijenti za skup 3 (dimenzije agresivnosti) (Tabela 8).

Tabela 8

Koeficijenti multiple korelacije između ponderisane sume optimalno skaliranih varijabli i dimenzija po skupovima

	Dimenzija	
	1	2
Vršenje nasilja	.86	.76
Trpljenje nasilja	.77	.79
Dimenzije agresivnosti	.69	.66

Interpretacija rezultata je primarno zasnovana na analizi visina opterećenja (Hair et al., 1987). Iz skupa oblika nasilja najviša opterećenja na prvoj OVERALS dimenziji ostvaruju Fizičko i Verbalno nasilje. Relaciono nasilje ima nešto niži, ali značajan doprinos u objašnjenju prve dimenzije, tako da je ovaj skup prvenstveno opisan manifestnim formama nasilja. U slučaju koeficijenata, samo Fizičko nasilje se izdvaja kao značajno iz prostora oblika nasilja. Iz prostora oblika viktimizacije, analogno, najviše opterećenje ima Fizička viktimizacija. Nešto niže, ali značajne doprinose u objašnjenju prve izdvojene dimenzije imaju Verbalna i Relaciona viktimizacija. Iz prostora BODH, najviše opterećenje ostvaruje Osvetoljubivost, a zatim Bes i Dominacija. U objašnjenju ove dimenzije samo skala Hostilnost nema značajniji doprinos. Primetno je da prvu dimenziju karakteriše opštost, zbog doprinosa gotovo svih supskala sva tri skupa, izuzev Hostilnosti. Dakle, opšta agresivnost koju karakteriše planiranje nanošenja štete i povrede, slaba kontrola besa i svađalački pristup povezana je pre svega sa direktnim oblicima nasilja i viktimizacije, a nešto manje sa indirektnim oblicima nasilja i viktimizacije (Tabela 9). Predloženi naziv za prvu dimenziju je manifestna agresija. Na drugoj OVERALS dimenziji, od oblika nasilja, visoko opterećenje ima Relaciono nasilje. Iz skupa oblika viktimizacije, viši doprinos ima Relaciona viktimizacija, a nešto niži Verbalna viktimizacija. Iz prostora BODH, najviše opterećenje ima Hostilnost, a nešto niže Bes. Kao što vidimo, druga dimenzija je određena prikrivenim i suptilnijim formama nasilja i viktimizacije, koje su povezane sa neprijateljskim stavom i u manjoj meri sa neprijateljskim afektom. Predloženi naziv za drugu dimenziju je indirektna agresija ili hostilna relaciona agresija (Tabela 9).

Tabela 9

Matrica opterećenja i koeficijenta OVERALS analize

Skup		Opterećenja (Loadings)		Koeficijenti (Weights)	
		1	2	1	2
1	Relaciono nasilje	-.46	.59	-.13	.66
	Verbalno nasilje	-.63	.29	-.17	.35
	Fizičko nasilje	-.83	-.16	-.68	-.61
2	Relaciona viktimizacija	-.39	.58	-.09	.59
	Verbalna viktimizacija	-.49	.40	-.05	.43
	Fizička viktimizacija	-.76	-.18	-.70	-.65
3	Osvetoljubivost	-.66	-.03	-.56	-.42
	Dominacija	-.48	.21	.04	.20
	Bes	-.51	.36	-.27	.26
	Hostilnost	-.17	.55	.06	.51

DISKUSIJA

Cilj rada je prikaz multidimenzionalnog skaliranja, kanoničke korelacione analize i nelinearne kanoničke korelacione analize, kao i razmatranje mogućnosti primene navedenih multivarijantnih tehnika na konkretan istraživački problem. U cilju ispitivanja strukture relacija između dimenzija agresivnosti, oblika nasilja i oblika viktimizacije sprovedena je analiza sa tri alternativna modela. Modeli se razlikuju u smislu tretmana varijabli kao jedan, dva i tri skupa, uz primenu različitih statističkih tehnika. Tri modela pružila su različite rezultate, ali sa izvesnim sličnostima.

Primenom MDS dobijeno je dvodimenzionalno rešenje. U rešenju je prema prvoj dimenziji primetno razdvajanje skala prema grupama konstrukata. Uočava se međusobna povezanost dimenzija agresivnosti Bes, Osvetoljubivost i Dominacija, što govori o koherentnosti prostora koji ove tri dimenzije mere. Druga dimenzija razdvaja Hostilnost, od preostalih skala agresivnosti. Ovaj rezultat ima teorijske implikacije, jer ukazuje na to da se sadržaj Hostilnosti razlikuje od sadržaja preostalih dimenzija BODH. Ovo se može dovesti u vezu sa tim da se indikatori hostilnosti u Petofaktorskom modelu ličnosti nalaze u okviru Neuroticizma (faceta *Angry hostility*), dok se preostali indikatori agresivnosti nalaze na negativnom polu Prijatnosti. Takođe, prema drugoj dimenziji Hostilnost je nešto bliža Relacionom nasilju i Relacionoj viktimizaciji. Drugi pol ove dimenzije određen je Fizičkim i Verbalnim nasiljem, te bi ova dimenzija mogla biti određena polaritetom prikrivena – manifestna agresija. Implikacija ovog nalaza je da Hostilnost, kao dimenzija agresivnosti sa različitim sadržajem ima i specifične korelate u nasilnom ponašanju. Rezultati pokazuju da se Hostilnost vezuje više za prikrivene forme nasilja, a preostale dimenzije agresivnosti više za manifestne tj. otvorene forme nasilja. Ovo je u skladu sa rezultatima istraživanja koja su ispitivala relacije između dimenzija agresivnosti i osobina ličnosti modela Velikih pet ili Petofaktorskog modela. Pokazalo se da su latentne dimenzije agresivnosti više povezane sa Neuroticizmom (u okviru kog se nalazi Hostilnost) (von Collani & Werner, 2005, prema Dinić i Smederevac, 2012; Gallo & Smith, 1998, prema Dinić i Smederevac, 2012), dok se manifestne komponente agresivnosti dovode više u vezu sa negativnim polom Prijatnosti (Martin, Watson, & Wan, 2000, prema Dinić i Smederevac, 2012; Tremblay & Ewart, 2005, prema Dinić i Smederevac, 2012).

Prednost MDS jeste lako čitljiv vizuelni prikaz prostornog odnosa varijabli (Borg & Groenen, 2005). Sa druge strane, interpretacija je često subjektivna i nije uvek jednostavna. Svakako, rezultati multidimenzionalnog skaliranja su korisni kao dopuna jednostavnim korelacijama. U

odnosu na jednostavne korelacije, prednost MDS je što se ocenjuje ukupni model. Prilikom testiranja velikog broja pojedinačnih korelacija postoji velika šansa da samo na osnovu slučaja određen broj bude statistički značajan (Tenjović, 2002).

Primenom kanoničke korelacione analize, dobijena su dva nezavisna sklopa povezanosti između dimenzija agresivnosti sa jedne strane, i oblika nasilja i viktimizacije sa druge strane. Rezultati su velikim delom u skladu sa polaznim pretpostavkama. Prvi sklop je opštiji, a visoki doprinosi Besa, Osvetoljubivosti i Dominacije ukazuju na koherentnost prostora koje dimenzije mere. Sadržinski, sve tri dimenzije određuje tendencija ka manifestnim oblicima agresije, u vidu verbalne ili fizičke konfrontacije. Ovako određena, opšta agresivnost kao sklonost ka otvorenoj momentalnoj ili odloženoj reakciji na opaženu provokaciju i ka dominaciji nad drugima, dovodi se u vezu pre svega sa manifestnim oblicima nasilja. Rezultat ide u prilog tome da su različite dimenzije agresivnosti, od kojih su Dominacija i Osvetoljubivost bliže instrumentalnoj agresivnosti, dok je Bes blizak afektivnoj agresivnosti, visoko povezane i često se javljaju udruženo kod iste osobe (Miller & Lynam, 2006; Dodge & Coie, 1987, prema Popadić, 2009; Fite & Colder, 2007, prema Popadić, 2009; Salmivalli & Helteenvuori, 2007). Agresivni čin može biti vođen multiplim motivima, što je u skladu sa rezultatima koji govore da se nasilništvo dovodi u vezu i sa reaktivnom i sa proaktivnom agresijom (Pellegrini et al., 1999, prema Salmivalli & Nieminen, 2002). Takođe, ovo je u skladu sa rezultatima istraživanja koje ukazuje na povezanost dominacije sa besom, verbalnom i fizičkom agresijom (Archer & Webb, 2006). Doprinosi tri oblika nasilja u skladu su sa nalazima o povezanosti indirektna i direktna agresije (Farrell et al., 2015). Doprinosi Fizičke i Relacione viktimizacije impliciraju da se otvorena agresivnost može dovesti u vezu sa otvorenim, ali i manje direktnom relacionom viktimizacijom. Ovo je u skladu sa rezultatima koji viktimizaciju povezuju sa reaktivnom i proaktivnom agresivnošću (Burton et al., 2013). Interesantno je da Verbalna viktimizacija nema doprinos u određenju ovog sklopa. Ovo bi moglo da ukaže na to da Verbalna viktimizacija ima drugačije korelate u odnosu na preostale oblike viktimizacije, što otvara prostor za dalja istraživanja. Drugi izdvojeni obrazac ukazuje na pozitivne veze Hostilnosti i Besa sa Relacionim nasiljem i Relacionom viktimizacijom, kao i na negativnu vezu između navedenih varijabli sa Osvetoljubivošću, Fizičkim nasiljem i Fizičkom viktimizacijom. Ovo je u skladu sa istraživanjem koje ukazuje na povezanost između Relacionog nasilja i Relacione viktimizacije, kao i na njihove zajedničke korelate, poput sumnje, potiskivanja besa, iritabilnosti (Leenaars & Lester, 2011). Veza između Osvetoljubivosti i Fizičkog nasilja je očekivana budući da se Osvetoljubivost dovodi u vezu sa željom da se drugome nanese

fizička povreda (Dinić i sar., 2004), a fizičko nasilje se povezuje sa fizičkom viktimizacijom (Bettencourt et al., 2013). Drugi sklop je blizak profilu neurotske hostilnosti (Felsten, 1996) koji karakteriše nepoverenje u druge praćeno čestim doživljajem besa i frustracije, a agresivni impuls može biti neispoljen ili ispoljen u formi cinizma ili netrpeljivosti prema drugima. Opažanje drugih kao izvora pretnje može biti praćeno intrapersonalnim manifestacijama poput nemanifestovanog besa i ogorčenosti, a ne direktnim konfrontacijama. Pretpostavka je da ovo prati doživljaj sebe kao nedovoljno sposobnog da se suoči sa pretnjom kroz direktnu konfrontaciju. Pokazalo se da je neurotska hostilnost najviše povezana sa Neuroticizmom, kao i sa facetom Nepoverenje u okviru osobine Prijatnost Petofaktorskog modela (Felsten, 1996).

Rezultati OVERALS analize, uz razdvajanje oblika nasilja i oblika viktimizacije u odvojene skupove, su donekle interpretabilni. Na osnovu analize fita, čini se da je u većoj meri došla do izražaja varijansa upitnika UVNV, odnosno, deljena varijansa između oblika nasilja i viktimizacije, u odnosu na varijansu upitnika BODH. Bitno je napomenuti da bi varijansa koju dele oblici nasilja i oblici viktimizacije, delom mogla biti pripisana efektu metoda. To se odnosi na činjenicu da su nasilje i viktimizacija procenjeni primenom istog upitnika. Prva izdvojena dimenzija je opštija, dok je druga specifičnija. Prva dimenzija je pored dimenzija agresivnosti, dominantno određena manifestnim formama nasilja i viktimizacije, a Hostilnost nema značajan doprinos. Najviše doprinose imaju Fizičko nasilje, Fizička viktimizacija, Verbalno nasilje, Osvetoljubivost, Bes i Dominacija, a zatim nešto niže doprinose imaju Verbalna viktimizacija, Relaciono nasilje i Relaciona viktimizacija. Ova struktura ponovo, ukazuje na to da se nasilni čin može dovesti u vezu sa različitim agresivnim motivima. Rezultat implicira, da otvorenu opštu agresivnost prate manifestne forme nasilja na bihejvioralnom planu, ali i trpljenje manifestnog nasilja. Iako nalazi jednog istraživanja pokazuju relativno visoku povezanost Manifestne viktimizacije (kombinacija fizičke i verbalne viktimizacije) sa Fizičkom i Verbalnom agresijom i nešto nižu povezanost Relacione viktimizacije sa Fizičkom agresijom i Verbalnom agresijom, izraženija je međusobna povezanost između tri oblika agresije - Fizičke, Verbalne i Relacione (Farrell et al., 2015), što ide više u prilog rezultatu KKA. Druga OVERALS dimenzija određena je dominantno doprinosom Relacionog nasilja, Relacione viktimizacije i Hostilnosti, uz manji doprinos Besa i Verbalne viktimizacije. Ovakav sklop ukazuje na to da sklonost neprijateljskom stavu, uz emocionalnu reaktivnost, može biti praćena prikrivenijim formama nasilja i trpljenja nasilja. Bitno je napomenuti da doprinosi Verbalne i Relacione viktimizacije u datom sklopu, ne ukazuju nužno na realno trpljenje nasilja. Pretpostavka je da

doživljaj drugih kao pretećih i neprijateljskih može biti povezan sa izvesnom pristrasnošću u mišljenju, što bi sa druge strane moglo biti povezano sa sklonošću da se percipira ugroženost od strane drugih čak i u neutralnim situacijama.

Tri analize pružile su rezultate sa izvesnim prepoklapanjem. Prva dimenzija MDS razdvaja tri grupe kontrukata – dimenzije agresivnosti, varijable nasilja i varijable viktimizacije. Druga dimenzija MDS određena je polaritetom - prikrivena naspram manifestna agresija. Čini se da se ovaj polaritet u okviru KKA i OVERALS mapira izdvajanjem dva nezavisna sklopa povezanosti. Prvu kanoničku funkciju u slučaju KKA i prvu dimenziju u OVERALS analizi karakteriše opštost, odnosno doprinos većeg broja varijabli. Prvi sklop KKA dominantno je određen povezanošću varijabli Bes, Osvetoljubivnost i Dominacija, kao dimenzija koje se odnose na sklonost otvorenoj agresivnosti, sa manifestnim formama nasilja, uz niži doprinos relacionog nasilja i pojedinih formi viktimizacije. Sa druge strane, u OVERALS analizi, u izdvajanju prve dimenzije pored otvorene agresivnosti i manifestnog nasilja doprinose i manifestni oblici viktimizacije. Iako novija istraživanja ukazuju na povezanost agresivnosti i sa viktimizacijom (Burton et al., 2013), očekivano je da dimenzije agresivnosti u većoj meri koreliraju sa nasiljem, i da manifestno nasilje u većoj meri korelira sa relacionim nasiljem, nego sa manifestnom viktimizacijom (Farrell et al., 2015). U tom smislu, prvi sklop KKA više je u skladu sa polaznim pretpostavkama. Zajedničko za sve tri analize jeste razdvajanje Hostilnosti od preostale tri dimenzije agresivnosti koje mere koherentan prostor. Takođe, sve tri analize impliciraju da je Hostilnost povezana sa Relacionom nasiljem i Relacionom viktimizacijom. Ovaj nalaz ide u prilog tome da je Hostilnost konceptualno različita od preostale tri dimenzije agresivnosti, i da ima korelat u manje direktnom nasilnom ponašanju. Pritom, drugu kanoničku funkciju KKA karakteriše visoka interpretabilnost. Bliska je konceptu neurotske hostilnosti, koji karakteriše ciničan i neprijateljski stav prema drugima i sklonost ka doživljaju besa, ali koji se ne manifestuje kroz otvoreno agresivno ponašanje prema drugima (Felsten, 1995). Ipak, o opravdanosti tretiranja oblika nasilja i viktimizacije kao jedan skup varijabli (KKA) ili njihovo razdvajanje u dva skupa (OVERALS), ne možemo zaključiti na osnovu samih rezultata. Ovo pitanje tiče se, pre svega, teorijskih pretpostavki koje nisu nedvosmislene. Iako je reč o različitim konstruktima, nasilje i viktimizacija mogu biti posmatrani kao krajevi istog kontinuuma (Cook i sar., 2010). Ovo pitanje još složenijim čini to da su skorovi na varijablama nasilja i viktimizacije procenjeni na osnovu istog upitnika, te da varijansa koju dele varijable delom može biti pripisana i efektu metoda. Nedostatak odabranih statističkih tehnika je što ne uzimaju u obzir efekat metoda, koji je mogao donekle da maskira dobijene rezultate.

ZAKLJUČAK

Multidimenzionalno skaliranje može biti korisna dopuna ili alternativa jednostavnim koeficijentima korelacija, jer nudi vizuelni prostorni prikaz bliskosti varijabli. Rezultat MDS u ispitivanju strukture relacija između dimenzija agresivnosti, oblika nasilja i viktimizacije, je nešto manje informativan, s obzirom da prva dimenzija razdvaja varijable prema grupama konstrukata. MDS može naći mesto u psihološkim istraživanjima, recimo u problemima koji se odnose na psihometrijsko poređenje instrumenata (Boyle & Katz, 1991) i evaluaciju dimenzionalne strukture ili sadržinske validnosti testova i upitnika (Napier, 1972, prema Davison & Sireci, 2000; Sireci, Rogers, Swaminathan, Meara, & Robin, 1997, prema Davison & Sireci, 2000). U tom smislu, rezultat MDS ukazuje na to da dva upitnika mere različite konstrukte, BODH meri dimenzije agresivnosti, dok UNVN meri varijable nasilnog ponašanja. Primetno je razdvajanje između konstrukata nasilja i konstrukata viktimizacije unutar UNVN. Rezultat implicira da dimenzije Bes, Dominacija i Osvetoljubivost mere koherentan prostor i bliske su manifestnim formama agresije. Hostilnost je bliža indirektnom nasilju i viktimizaciji.

Odluka za odabir između KKA i OVERALS rešenja nije jednostavna i tiče se i teorijske opravdanosti razdvajanja oblika nasilja i oblika viktimizacije u odvojene skupove. Prvi sklop KKA ukazuje na to da Bes, Osvetoljubivnost i Dominacija kao dimenzije otvorene agresivnosti imaju korelat prvenstveno u manifestnim oblicima vršenja nasilja, a nešto manje u relacionom nasilju i pojedinim oblicima viktimizacije. Drugi sklop blizak je profilu neurotske hostilnosti, koji karakteriše neprijateljski stav i afekat praćen prikrivenim i nemanifestnim nasiljem i viktimizacijom. Sa druge strane, prva dimenzija OVERALS je pored otvorene agresivnosti i manifestnog nasilja, određena visokim doprinosom manifestne viktimizacije, dok je druga dimenzija određena indirektnom agresivnošću i relacionim nasiljem i viktimizacijom. U odnosu na OVERALS, KKA je pružila nešto interpretabilnije rešenje ako se uzmu u obzir rezultati prethodnih istraživanja kao i polazne pretpostavke.

Imajući u vidu povezanost viktimizacije sa agresijom, možemo pretpostaviti da među ispitanicima postoji grupa ili grupe žrtava-nasilnika, koje se izdvajaju i u novijim studijama (Salmivalli & Nieminen, 2002; Popadić, 2009). U narednim istraživanjima bilo bi interesantno detektovati različite grupe na osnovu skorova na upitniku UNVN i ispitati razlike u nivoima agresivnosti između grupa nasilnika, žrtava i žrtava-nasilnika u okviru na osobu orijentisanog (person-oriented) pristupa. Takođe, bi bilo interesantno ispitati da li se izdvajaju različite grupe učenika s obzirom na forme nasilja u kojima su uključeni.

Bitno je napomenuti da je prednost ispitivanja složenih relacija putem KKA praćena izazovom interpretacije rezultata na smislen način (Nimon et al., 2010). Jedan od razloga je i taj što se maksimizira korelacija, a ne nužno i interpretabilnost parova kanoničkih faktora. Sa druge strane, opisane multivarijatne tehnike mogu naći svoje mesto u društvenim istraživanjima gde su često ispitivani složeni fenomeni. Zajednički prostor nekoliko grupa konstrukata može biti ispitan primenom KKA ili OVERALS analizom, umesto korišćenja univarijatnih statističkih tehnika.

LITERATURA

- Anderson, C. A., & Bushman, B. J. (2002). Human aggression. *Annual Review of Psychology*, 53, 27–51.
- Archer, J., & Webb, I. A. (2006). The relation between scores on the Buss–Perry Aggression Questionnaire and aggressive acts, impulsiveness, competitiveness, dominance, and sexual jealousy. *Aggressive Behavior*, 32, 464–473.
- Bettencourt, A., Farrell, A., Liu, W., & Sullivan, T. (2013). Stability and change in patterns of peer victimization and aggression during adolescence. *Journal of Clinical Child and Adolescent Psychology*, 42, 429 – 441.
- Boyle, G. B., & Katz, I. (1991). Multidimensional scaling of the eight state questionnaire and the differential emotions scale. *Personality and Individual Differences*, 12(6), 565–574.
- Borg, I., & Groenen, P. J. F. (2005). *Modern multidimensional scaling* (2nd ed.). New York: Springer.
- Burges, C. J. C. (2009). Dimension reduction: A guided tour. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 2(4), 275–365.
- Burton, K. A., Florell, D., & Gore, J. S. (2013): Differences in proactive and reactive aggression in traditional bullies and cyberbullies. *Journal of Aggression, Maltreatment & Trauma*, 22(3), 316–328.
- Busing, F. M. T. A., Commandeur, J. J. F., & Heiser, W. J. (1997). PROXSCAL: A multidimensional scaling program for individual differences scaling with constraints. In W. Bandilla, & F. Faulbaum (Eds.), *Softstat '97: Advances in statistical software* (pp. 237–258). Stuttgart, Germany: Lucius.
- Cook, C. R., Williams, K. R., Guerra, N. G., Kim, T. E., & Sadek, S. (2010). Predictors of bullying and victimization in childhood and adolescence: A meta-analytic investigation. *School Psychology Quarterly*, 25(2), 65–83.
- Čolović, P., Kodžopeljić, J., i Nikolašević, Ž. (2014). Upitnik PRONA: Procena vršnjačkog nasilja kod učenika osnovnih i srednjih škola. *Primenjena psihologija*, 7 (Dodatak), 277–296.
- Dattalo, P. (2014). *A demonstration of canonical correlation analysis with orthogonal rotation to facilitate interpretation*. Unpublished manuscript, School of Social Work, Virginia Commonwealth University, Richmond, Virginia.

- Davison, M. L., & Sireci, S. G. (2000). Multidimensional scaling. In H. E. A. Tinsley, & S. Brown (Eds.) *Handbook of multivariate statistics and mathematical modeling* (pp. 325–349). Washington, DC: American Psychological Association.
- Dinić, B. (2014). *Efekti dispozicionih i situacionih činilaca na agresivno ponašanje* (Nepublikovana doktorska disertacija). Filozofski fakultet, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad.
- Dinić, B., Mitrović, D. i Smederevac, S. (2014). Upitnik BODH (Bes, Osvetoljubivost, Dominacija, Hostilnost): novi upitnik za procenu agresivnosti. *Primenjena psihologija*, 7(Dodatak), 297–324.
- Dinić, B., Sokolovska, V., Milovanović, I. i Oljača, M. (2014). Oblici i činioci školskog nasilja i viktimizacije. *Zbornik Instituta za pedagoška istraživanja*, 46(2), 399–424.
- Farrell, A. D., Sullivan, T. N., Goncy, E. A., & Le, A.-T. H. (2015, September 14). Assessment of adolescents' victimization, aggression, and problem behaviors: Evaluation of the problem behavior frequency scale. *Psychological Assessment*. Advance online publication. Retrieved April 10, 2016. from: <http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=4&sid=ba3b635a-1c42-46f9-9d33-989d04abd6a7%40sessionmgr4001&hid=4206>
- Felsten, G. (1996). Five-Factor analysis of Buss--Durkee hostility inventory neurotic hostility and expressive hostility factors: implications for health Psychology. *Journal of Personality Assessment*, 67(1), 179–194.
- Gleason, K. A., Jensen-Campbell, L. A., & Richardson, D. S. (2004). Agreeableness as a predictor of aggression in adolescence. *Aggressive Behavior*, 30(1), 43–61.
- Hair, J. F. Jr., Anderson, R. E., & Tatham, R. L. (1987). *Multivariate data analysis*. New York: Macmillan.
- Hair, J. F., Jr., Rolph, E., Anderson, R. E., Tatham, R. L., & Black, W. C. (2005), *Multivariate data analysis* (5th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.
- Hoffman, D. L., & Franke, G. R. (1986). Correspondence analysis: graphical representation of categorical data in marketing research. *Journal of Marketing Research*, 23, 213–227.
- Hout, M. C., Papesh, M. H., & Goldinger, S. D. (2013). Multidimensional scaling. *Wiley Interdisciplinary Reviews (WIREs): Cognitive Science*, 4, 93–103.
- Jaworska, N., & Chupetlovska-Anastasova, A. (2009). A review of multidimensional scaling (MDS) and its utility in various psychological domains. *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology*, 5, 1–10.

- Jensen-Campbell, L. A., Adams, R., Perry, D. G., Workman, K. A., Furdella, J. Q., & Egan, S. K. (2002). Agreeableness, extraversion, and peer relations in early adolescence: Winning friends and deflecting aggression. *Journal of Research in Personality*, 36(3), 224–251.
- Kruskal, J. B., & Wish, M. (1978). *Multidimensional Scaling*. Sage.
- Leach, L. F., & Henson, R. K. (2014). Bias and precision of the squared canonical correlation coefficient under nonnormal data condition. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 13(1). Retrieved April 5, 2016. from: <http://digitalcommons.wayne.edu/jmasm/vol13/iss1/8>
- Leenaars, L., & Lester, D. (2011). Indirect aggression and victimization are positively associated in emerging adulthood: the psychological functioning of indirect aggressors and victims. *Journal of College Student Development*, 52(1), 62–76.
- Meulman, J. J., & Heiser, W. J. (2010). IBM SPSS Categories 19. SPSS Inc.
- Miller, J. D., & Lynam, D. R. (2006). Reactive and proactive aggression: Similarities and differences. *Personality and Individual Differences*, 41, 1469–1480.
- Nimon, K., Henson, R. K., & Gates, M. S. (2010). Revisiting interpretation of canonical correlation analysis: A tutorial and demonstration of canonical commonality analysis. *Multivariate Behavioral Research*, 45(4), 702–724.
- Notelaers, G. (2000). Multidimensional scaling. Experimenting with PROXSCAL. The structure of the questionnaire on experiencing and assessing stress at work under review. Technical Working Research Paper. Nationaal Onderzoeksinstituut voor Arbeidsomstandigheden, Brussel.
- Pallant, J. (2007). *SPSS survival manual* (3rd ed.). London: Open University Press.
- Pinkley, R. L., Gelfand, M. J., & Duan, L. (2005). When, where, and how: The use of multidimensional scaling methods in the study of negotiation and social conflict. *International Negotiation*, 10, 19–96.
- Popadić, D. (2009). *Nasilje u školama*. Beograd: Institut za psihologiju.
- Salmivalli, C., Lagerspetz, K., Björkqvist, K., Österman, K., & Kaukiainen, A. (1996). Bullying as a group process: Participant roles and their relations to social status within the group. *Aggressive Behavior*, 22(1), 1–15.
- Salmivalli, C., & Nieminen, E. (2002). Proactive and reactive aggression among school bullies, victims, and bully-victims. *Aggressive Behavior*, 28, 30–44.
- Salmivalli, C., & Helteenvuori, T. (2007). Reactive, but not proactive aggression predicts victimization among boys. *Aggressive Behavior*, 33, 198–206.

- Sharpe, J. P., & Desai, S. (2001). The revised Neo Personality Inventory and the MMPI-2 psychopathology five in the prediction of aggression. *Personality and Individual Differences*, 31(4), 505–518.
- Sherry, A., & Henson, R. K. (2005). Conducting and interpreting canonical correlation analysis in personality research: A user-friendly primer. *Journal of Personality Assessment*, 84(1), 37–48.
- Sokolovska, V., Dinić, B. i Marinković, D. (2015). Nasilništvo i viktimizacija kod učenika srednjih škola: efekti perioda ispitivanja, pola, razreda i uspeha. *Teme*, 39(2), 617–630.
- Solomon, S. R., & Sawilowsky, S. S. (2009). Impact of rank-based normalizing transformations on the accuracy of test scores. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 9(2), 448–462.
- SPSS (1994). *s p s s Categories 6.1*. Chicago: spss Inc.
- Stevens, J. (2002). *Applied multivariate statistics for the social sciences* (4th ed.). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Steyvers, M. (2001). Multidimensional Scaling. In L. Nadel (Ed.), *Encyclopedia of cognitive science*. John Wiley & Sons. Retrieved April 5, 2016. from: <http://psiexp.ss.uci.edu/research/papers/MultidimensionalScaling.pdf>
- Szabó, Zs. R. (2010). Strategic adaptation, ambidexterity, and competitiveness in Hungary between 1992 and 2010, *PhD Thesis Work*, Corvinus University of Budapest, Institute of Management, Department of Strategic Management.
- Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (1996). *Using multivariate statistics* (3rd ed.). New York: HarperCollins.
- Tenjić, L. (2002). *Statistika u psihologiji*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju.
- Thanoon, T. Y., Adnan, R., & Saffari, S. E. (2015). Generalized nonlinear canonical correlation analysis with ordered categorical and dichotomous data. *Jurnal Teknologi*, 75(1), 91–99.
- Van der Burg, E., & De Leeuw, J. (1987). Nonlinear canonical correlation analysis with k sets of variables. Research Report, Department of Education, University of Twente, Enschede, The Netherlands, Note: A published version is available.
- Van der Burg, E., De Leeuw, J., & Dijksterhuis, G. (1994). OVERALS – Nonlinear canonical correlation with k sets of variables. *Computational Statistics & Data Analysis*, 18, 141–163.

- Van de Geer, J. P. (1987). Algebra and geometry of OVERALS. University of Leiden: Department of Data Theory, Research Reports. Available from: URL: http://www.datatheory.nl/pdfs/87/87_13.
- Veenstra, R., Lindenberg, S., Oldehinkel, A. J., De Winter, A. F., Verhulst, F. C., & Ormel, J. (2005). Bullying and victimization in elementary schools: A comparison of bullies, victims, bully/victims, and uninvolved preadolescents. *Developmental Psychology*, 41(4), 672–682.
- Wickelmaier, F. (2003). *An introduction to multidimensional scaling*. A manuscript prepared by Sound Quality Research Unit, Aalborg University, Denmark.
- Wilkinson, L. (1998). Multidimensional scaling. In L. Wilkinson (Ed.), *Systat 8.0 for Windows: Statistics* (pp. 573–606). Chicago, IL: SPSS. Inc.
- Zientek, L. R., & Thompson, B. (2006). Commonality analysis: Partitioning variance to facilitate better understanding of data. *Journal of Early Intervention*, 28, 299-307.

PRILOG

Tabela 10

Polazna matrica Euklidskih distanci za multidimenzionalno skaliranje

	Euklidske distance									
	Relaciono nasilje	Verbalno nasilje	Relaciona vikt.	Verbalna vikt.	Osvetoljubivost	Dominacija	Bes	Hostilnost	Fizičko nasilje	Fizička vikt.
Relaciono nasilje	.000	26.540	28.403	30.216	31.344	30.824	30.107	31.998	26.892	31.521
Verbalno nasilje	26.540	.000	31.405	27.457	29.741	30.019	28.273	32.027	22.515	28.827
Relaciona vikt.	28.403	31.405	.000	23.008	32.477	32.233	31.140	32.218	31.345	26.293
Verbalna vikt.	30.216	27.457	23.008	.000	34.146	34.314	33.156	33.193	29.408	22.157
Osvetoljubivost	31.344	29.741	32.477	34.146	.000	20.030	23.821	30.117	27.827	30.723
Dominacija	30.824	30.019	32.233	34.314	20.030	.000	21.483	30.828	29.741	33.113
Bes	30.107	28.273	31.140	33.156	23.821	21.483	.000	27.627	29.160	33.098
Hostilnost	31.998	32.027	32.218	33.193	30.117	30.828	27.627	.000	34.166	35.419
Fizičko nasilje	26.892	22.515	31.345	29.408	27.827	29.741	29.160	34.166	.000	23.851
Fizička vikt.	31.521	28.827	26.293	22.157	30.723	33.113	33.098	35.419	23.851	.000