



UNIVERZITET U NOVOM SADU
**UNIVERZITETSKI CENTAR ZA
PRIMENJENU STATISTIKU**



STOHAŠTIČKI PRISTUP MERENJU KVALITETA ELEKTRIČNE ENERGIJE

- Master rad -

Mentor:

Prof. dr Vujičić Vladimir

Kandidat:

Miloš Todorov

Novi Sad, 2013.

Univerzitet u Novom Sadu
Univerzitetski centar za primenjenu statistiku - UCPS
Ključna dokumentacijska informacija

Redni broj: RBR	
Identifikacioni broj: IBR	
Tip dokumentacije: TD	Monografska dokumentacija
Tip zapisa: TZ	Tekstualni štampani materijal
Vrsta rada (dipl., mag., dokt.): VR	Master rad
Ime i prezime autora: AU	Miloš Todorov
Mentor (titula, ime, prezime, zvanje): MN	Prof. dr Vujičić Vladimir
Naslov rada: NR	Stohastički pristup merenju kvaliteta električne energije
Jezik publikacije: JP	Srpski (latinica)
Jezik izvoda: JI	srp. / eng.
Zemlja publikovanja: ZP	Republika Srbija
Uže geografsko područje: UGP	Vojvodina
Godina: GO	2013
Izdavač: IZ	Autorski reprint
Mesto i adresa: MA	Novi Sad, Trg D. Obradovića 5

Fizički opis rada: FO	(7 / 92 / 10 / 56 / 0 / 24 / 0) (broj poglavlja / stranica / tabela / slika / grafikona / referenci / priloga)
Naučna oblast: NO	Matematika
Naučna disciplina: ND	Primenjena statistika (Inženjerstvo)
Predmetna odrednica, ključne reči: PO	EN50160, merenje, VMP-20, kontrolne karte
UDK	
Čuva se: ČU	Biblioteka
Važna napomena: VN	
Izvod: IZ	U ovom radu će biti opisana Evropska norma za električnu energiju EN 50160. Na osnovu ove norme će biti izvršeno merenje na lokaciji u Somboru. Za ovu svrhu će biti korišćen i opisan merni instrument VMP-20. Na osnovu prikupljenih podataka će se proveravati da li kvalitet električne energije zadovoljava standarde koji su u okviru ove norme. Proverava će se kvalitet napona i frekvencije. Iz prikupljenih merenja biće izvučen stratifikovan uzorak, na osnovu kojeg će biti napravljene kontrolne karte za proveru kvaliteta. Na osnovu dobijenih rezultata biće data ocena o kvalitetu električne energije.
Datum prihvatanja teme od strane NN veća: DP	29.04.2013.
Datum odbrane: DO	
Članovi komisije: (ime i prezime / titula / zvanje / naziv organizacije / status) KO	predsednik: prof. dr Lužanin Zorana, član: dr Platon Sovilj mentor: prof. dr Vujičić Vladimir

University of Novi Sad
University Center for Applied Statistics
Key word documentation

Accession number: ANO	
Identification number: INO	
Document type: DT	Monograph documentation
Type of record: TR	Textual printed material
Contents code: CC	Master's thesis
Author: AU	Miloš Todorov
Mentor: MN	Phd Vujičić Vladimir
Title: TI	Stochastic approach to measuring power quality
Language of text: LT	Serbian (Latin)
Language of abstract: LA	eng. / srp.
Country of publication: CP	Republic of Serbia
Locality of publication: LP	Vojvodina
Publication year: PY	2013
Publisher: PU	Author's reprint
Publication place: PP	Novi Sad, Trg D. Obradovića 5

Physical description: PD	(7 / 92 / 10 / 56 / 0 / 24 / 0) (chapters / page of theses / tables / pictures / graphics / references / enclosures)
Scientific field SF	Mathematics
Scientific discipline SD	Applied statistics (Engineering)
Subject, Key words SKW	EN50160, measuring, VMP-20, control charts
UC	
Holding data: HD	Library
Note: N	
Abstract: AB	In this paper I will describe the European standard for energy EN 50160. Then, I will collect measurements at one location in Sombor city. For this purpose it will be used and described measuring device VMP-20. Based on collected data, it will be checked whether it satisfies the electricity quality standards that are within these norm EN 50160. I will check the quality of voltage and frequency. From the collected measurements stratified sample will be pulled. Based on this stratified sample, it will be made the control charts. After that, it will be given to assessment of power quality.
Accepted on Scientific Board on: AS	29.04.2013.
Defended: DE	
Thesis Defend Board: DB	president: Phd Lužanin Zorana member: Phd Platon Sovilj mentor: Phd Vujičić Vladimir

Apstrakt

U ovom radu će biti opisana Evropska norma za električnu energiju EN 50160. Na osnovu ove norme će biti izvršeno merenje na lokaciji u Somboru. Za ovu svrhu će biti korišćen i opisan merni instrument VMP-20. Na osnovu prikupljenih podataka će se proveravati da li kvalitet električne energije zadovoljava standarde koji su u okviru ove norme. Proverava će se kvalitet napona i frekvencije.

Iz prikupljenih merenja biće izvučen stratifikovan uzorak, na osnovu kojeg će biti napravljene kontrolne karte za proveru kvaliteta. Na osnovu dobijenih rezultata biće data ocena o kvalitetu električne energije.

Ključne reči: EN50160, merenje, VMP-20, kontrolne karte

Abstract

In this paper I will describe the European standard for energy EN 50160. Then, I will collect measurements at one location in Sombor city. For this purpose it will be used and described measuring device VMP-20. Based on collected data, it will be checked whether it satisfies the electricity quality standards that are within these norm EN 50160. I will check the quality of voltage and frequency.

From the collected measurements stratified sample will be pulled. Based on this stratified sample, it will be made the control charts. After that, it will be given to assessment of power quality.

Key words: EN50160, measuring, VMP-20, control charts

SADRŽAJ

APSTRAKT	I
1. UVOD	1
2. OPŠTE O NORMI EN 50160	4
2.1. STANDARD EN 50160 – EVROPSKI STANDARD ZA KARAKTERISTIKE NAPONA	7
2.2. POKAZATELJI KVALITETA ELEKTRIČNE ENERGIJE VEZANI ZA UČESTANOST SISTEMA	14
2.3. POKAZATELJI KVALITETA ELEKTRIČNE ENERGIJE VEZANI ZA NAPON	17
2.3.1. Definicije osnovnih poremećaja	17
2.3.2. Poremećaji amplitude naponskog talasa	19
2.3.3. Dugotrajni poremećaji - definicija i specifikacija zahteva elektroenergetskih sistema u pogledu održavanja ustaljene vrednosti napona	21
2.3.4. Kratkotrajni poremećaji - definicija i specifikacija zahteva sistema	23
3. INSTRUMENT VMP-20	29
3.1. KRATKI OPIS PROIZVODA	29
3.2. PRINCIP RADA	30
3.2.1. Uniformni kvantizer i uniformni slučajni diter	30
3.2.2. Merenje srednje vrednosti jednosmernog signala	31
3.2.3. Merenje srednje vrednosti u opštem slučaju ograničene funkcije na konačnom intervalu	35
3.2.4. Merenje amplitude prostoperiodičnog signala	41
3.2.5. Merenje efektivne vrednosti	43
3.2.6. Merenje snage	45
3.3. KARAKTERISTIKE	50
4. CILJ ISTRAŽIVANJA I NAČIN PRIKUPLJANJA PODATAKA	51
5. STATISTIČKE PROCEDURE	52
5.1. DESKRIPTIVNA STATISTIKA	52
5.2. STRATIFIKOVANO UZORKOVANJE DOBIJENIH PODATAKA	53
5.3. KONTROLNE KARTE	58
5.3.1. Statističke osnove kontrolnih karti	58
5.3.2. $\bar{X}$ R karte	62
5.3.3. Izračunavanje kontrolnih granica $\bar{X}$ R kontrolne karte na osnovu na osnovu snimljenih podataka procesa	64
5.3.4. Analiza sposobnosti procesa	67
RELATIVNA ŠIRINA PROCESA	67
INDEKS PRECIZNOSTI	67
5.3.5. Otkrivanje sistematskih uticaja	70
5.3.6. Kontrolne karte za napon	73
6. ANALIZA DOBIJENIH REZULTATA	87
7. ZAKLJUČAK	90
LITERATURA	91

1. UVOD

Električna energija se smatra u Europskoj Uniji već dvadesetak godina proizvodom, od smernica Veća Evropskih zajednica iz 1985. Iako je nematerijalna i promenljiva, i nema mogućnost skladištenja, električna energija je predmet trgovanja. Uslov njenog korišćenja je postojanje mreže između “dobavljača” i ”kupca”.

Ekonomski uticaj električne energije na industrijski sektor [1], [2], kao i na performanse električnih uređaja [3] i na kvalitet života potrošača [4], je tema o kojoj se veoma dugo raspravlja.

Zbog svoga značaja u životu savremenog sveta podleže određenim normama, standardima, ili preporukama u pogledu kvaliteta, za čije poštovanje je zainteresovana i šira društvena zajednica [5]. Zbog toga se svi akti, u kojima se specifikuju pokazatelji kvaliteta električne energije isporučene potrošačima, obično donose od strane državnih organa, ili stručnih organizacija i to u vidu zakona i regulativa. U njima se kvantitativno specifikuju pojedini pokazatelji kvaliteta i dozvoljeni opsezi njihove promene.

Pod pojmom kvaliteta električne energije, podrazumeva se sledeće:

- *Kvalitet učestanosti*, koji je vezan za održavanje učestanosti na propisanoj vrednosti. Kvalitet učestanosti je mera performansi elektroenergetskog sistema u odnosu na potrošače.
- *Kvalitet napona*, čija je mera odstupanje veličine napona i oblika naponskog talasa od idealnih referenci. On je, kao i kvalitet učestanosti, mera performansi elektroenergetskog sistema u odnosu na potrošače.
- *Kvalitet struje*, koji je komplementaran pojmu kvaliteta napona i odnosi se na odstupanje talasa struje od idealne reference (koja je, kao i naponska referenca sinusoidna, konstantne amplitude i učestanosti i u fazi sa talasom napona). Kvalitet struje karakteriše performanse potrošača u odnosu na sistem.
- *Kvalitet snage (ili energije)*, koji je kombinacija kvaliteta napona i struje i karakteriše interakciju između sistema i potrošača (razlikovati tehničke pojmove "sistem",

ili "proizvođač" – "potrošač", od komercijalnih "isporučilac", odnosno "prodavac" – "kupac").

- *Kvalitet isporučioca* obuhvata sve tehničke i komercijalne aspekte kvaliteta učestanosti i napona, koji su od uticaja na kupca.
- *Kvalitet potrošača*, koji obuhvata sve tehničke i komercijalne aspekte kvaliteta napona, struje i energije, od uticaja na isporučioca.

Pokazatelji kvaliteta isporuke električne energije potrošačima, koji su predmet normiranja i standardizacije, obično su vezani za dve najvažnije promenljive koje karakterišu rad svakog elektroenergetskog sistema, a to su *učestanost* i *napon*. Na prvi pogled to može izgledati i paradoksalno, jer su to veličine koje nemaju direktnu komercijalnu vrednost. Međutim, njihov posredni uticaj na kvalitet isporučene električne energije potrošačima je očigledan, tako da se sve abnormalnosti u sistemu, preko učestanosti sistema i napona napajanja, preslikavaju kao efekti čiji je materijalni uticaj na krajnje potrošače očigledan.

Napon i učestanost su dve osnovne varijable koje karakterišu funkcionisanje svakog elektroenergetskog sistema i kvalitet električne energije isporučene potrošačima. Poželjno je da se te dve varijable održavaju na konstantnim (nazivnim ili nominalnim) vrednostima, koje obezbeđuju zahtevanu sigurnost i ekonomiju u eksploataciji. Međutim, mogu se pojaviti poremećaji tih varijabli u okolini njihovih referentnih vrednosti, tako da permanentno i striktno održavanje tih varijabli na željenim konstantnim vrednostima nije moguće, a nije ni neophodno. Zbog toga se kao blaži zahtev u eksploataciji elektroenergetskih sistema postavlja uslov da se one održavaju u nekim dozvoljenim granicama odstupanja oko te nominalne vrednosti. Te zone tolerancije su nametnuli potrošači i zahtevi sigurnosti i ekonomičnosti eksploatacije elektroenergetskih sistema.

Drugim rečima, to znači da se održavanje napona i učestanosti na propisanim vrednostima, u osnovi, onda odnosi na dva aspekta eksploatacije elektroenergetskih sistema:

- prvi aspekt predstavlja stalnu brigu proizvođača i isporučilaca da obezbede potrošačima kvalitetnu električnu energiju po najnižoj mogućoj ceni. Održavanje napona u propisanim granicama, kao i neprekidnost isporuke električne energije potrošačima osnovni su pokazatelji koji karakterišu taj kvalitet.

– drugi aspekt se posebno odnosi na proizvodno-prenosni deo elektroenergetskog sistema, gde su vrednosti napona u karakterističnim tačkama mreže, oblik talasa naizmeničnog napona i vrednosti učestanosti glavni indikatori kvaliteta i dobrog funkcionisanja samog proizvodno – prenosnog dela sistema. Što se ovi indikatori održavaju bliže nominalnim, to je režim rada u sistemu bliži planiranom, koji se obično bazira na nekom optimizacionom kriterijumu.

Svi normirani pokazatelji kvaliteta po pravilu se vezuju za normalan radni režim elektroenergetskog sistema. Poremećeni radni režimi, s obzirom na veliki broj raznih mogućih poremećaja (po tipu i intenzitetu), obično se ne razmatraju u kontekstu normiranja kvaliteta isporuke električne energije.

Najvažnije karakteristike električne energije kao što su, frekvencija, veličina, oblik i fazna simetričnost napona, date su u CENELEC(eng. European Committee for Electrotechnical Standardization) -ovoj **normi EN 50160**. Ova norma je na snazi i u Republici Srbiji. Ona određuje način prikupljanja podataka i provere kvaliteta dobijenih vrednosti.

U ovom radu će biti cilj da se ispita kvalitet električne energije prema normi EN 50160 na mernoj tački u Somboru.

2. OPŠTE O NORMI EN 50160

Članovi CENELEC-a (eng. European Committee for Electrotechnical Standardization, sedište je u Briselu) su nacionalni elektrotehnički odbori (ukupno ih je tada bilo 18): Belgije, Danske, Nemačke, Finske, Francuske, Grčke, Irske, Islanda, Italije, Luksemburga, Holandije, Norveške, Austrije, Portugala, Švedske, Švajcarske, Španije i Ujedinjenog Kraljevstva. Međunarodna organizacija CENELEC izradila je 1993. godine Evropsku normu **EN 50160** za merenje napona na mestu predaje potrošaču u javnim distribucijskim niskonaponskim (NN) i srednjonaponskim (SN) mrežama pri normalnim pogonskim uslovima. Prihvatila je normu 5. jula 1994. godine, te obvezala stalne članice da do 15. jula 1995. godine objave svoju nacionalnu regulativu te norme i povuku iz upotrebe interne, oprečne nacionalne norme. Za ostale, pre svega evropske države, predložena je 2003. godina kao krajnji rok primene te norme.

Ova norma definiše bitne veličine distributivnog napona na mestu predaje potrošaču u javnim niskonaponskim i srednjenaponskim mrežama pri normalnim pogonskim uslovima) [6], [7] .

Ova norma se ne odnosi:

- a) Za pogon posle nekog kvara i kao mera privremenog napajanja, koje se primenjuju kako bi se omogućilo daljnje napajanje potrošača pri zahvatima održavanja i pri gradnji, te kako bi se na najmanju meru ograničili opseg i trajanje prekida napajanja;*
- b) U slučajevima kada postrojenje ili aparat potrošača ne zadovoljavaju merodavne standarde ili tehničke uslove za priključak ili kada su prekoračene granične vrednosti smetnji prenošenih vodovima;*
- c) U slučajevima kada neko postrojenje za proizvodnju ne zadovoljava merodavne norme ili tehničke uslove za priključak na distributivnu mrežu (npr. postrojenja za proizvodnju energije);*
- d) U posebnim prilikama na koje može uticati isporučilac električne energije,*

posebno kod:

- *posebnih vremenskih (ne)prilika ili prirodnih katastrofa;*
- *smetnji koje su izazvale treće strane;*
- *mera javnih organa ili organa vlasti;*
- *radnih sporova (prema zakonskim odredbama); – više sile;*
- *ograničenja kapaciteta napajanja zbog spoljnih uticaja.*

Ova norma može se u celosti, ili delimično zameniti ugovorom između pojedinačnog potrošača i isporučioća električne energije. U ovoj normi opisane karakteristike napona napajanja nisu predviđene za upotrebu kao nivo elektromagnetske kompatibilnosti, ili kao granične vrednosti smetnji koje se iz postrojenja potrošača vodovima prenose u javne mreže.

Svrha ove norme je da utvrdi i opiše karakteristike distributivnog napona u pogledu:

- *frekvencije;*
- *veliĉine;*
- *oblika talasa;*
- *simetrije triju napona faznih provodnika.*

Te se karakteristike za vreme normalnog pogona menjaju zbog varijacija opterećenja, smetnji iz određenih postrojenja i kvarova, koji su pretežno izazvani spoljnim događajima. Karakteristike napona izrazito su slučajne prirode, kako u pogledu vremenskog toka na nekom posmatranom mestu predaje, tako i u jednom trenutku u pogledu prostorne raspodele na svim mestima predaje u nekoj mreži. Pojedine pojave koje utiču na napon napajanja potpuno su nepredvidive, tako da nije moguće za odgovarajuće karakteristike navesti fiksno definisane vrednosti. Vrednosti koje su za te pojave date u normi date su kao orijentacione vrednosti [8].

Ovim standardom su takođe definisani:

Potrošač – kupac električne energije, koji električnu energiju nabavlja od nekog isporučioca električne energije;

Isporučilac električne energije – Društvo koje električnu energiju distribuira preko neke javne razdelne mreže;

Mesto predaje – Mesto priključka postrojenja (uređaja) potrošača na javnu mrežu;

Napon napajanja – električna vrednost napona na mestu predaje, merena u određenom trenutku, tokom određenog vremenskog intervala;

Nazivni napon mreže U_n – napon kojim se označava, ili na osnovu kojeg se prepoznaje neka mreža, i na koji se svode određene pogonske karakteristike mreže;

Dogovoreni napon napajanja U_c – dogovoreni napon napajanja u normalnom slučaju jednak je nazivnom naponu mreže U_n . Kada na osnovu dogovora između isporučioca električne energije i potrošača napon na mestu predaje odstupa od nazivnog napona, radi se o dogovorenom (utanačenom) naponu napajanja;

Niski napon (NN) – je distributivni napon čija nazivna efektivna vrednost iznosi najviše 1000 V;

Srednji napon (SN) - je distributivni napon čija je nazivna efektivna vrednost između 1kV i 35 kV;

Normalni pogonski uslovi – pogonsko stanje u nekoj distributivnoj mreži pri kojem je pokrivena potražnja za električnom energijom, pri kojem se normalno obavljaju uključenja i pri kojem se smetnje otklanjaju pomoću automatskih zaštitnih elemenata, a da pri tome ne postoje vanredne okolnosti usled spoljnih uticaja, ili većih ograničenja u napajanju potrošača.

2.1. STANDARD EN 50160 – EVROPSKI STANDARD ZA KARAKTERISTIKE NAPONA

Suština kvaliteta električne energije je napon na 0.4 kV. Ako je napon 230V, frekvencija 50Hz, i ima sinusni talasni oblik, kvalitet je idealan. Ako je napon u mreži u granicama opsega datih u tabeli 1, odnosno u okviru Evropske norme EN50160, tada je kvalitet zadovoljavajući. Van ovih opsega, kvalitet napona je nezadovoljavajući [9].

Kod kvaliteta električne energije na 0.4kV, prati se vrednost napona, frekvencija, amplituda, i talasni oblik.

Karakteristike naponskih pojava	Prihvatljive granice	Interval merenja	Period praćenja	Procenat prihvatanja
Mrežna frekvencija	49.5Hz to 50.5Hz 47Hz to 52Hz	10 s	1 Nedelja	95% 100%
Spore promene napona	230V $\pm$ 10%	10 min	1 Nedelja	95%
Propadi napona (≤ 1 min)	10 do 1000 puta na godinu dana (ispod 85% od nominalne vrednosti)	10 ms	1 Godina	100%
Kratki prekidi (≤ 3 min)	10 do 100 puta na godinu dana (ispod 1% nominalne vrednosti)	10 ms	1 Godina	100%
Slučajni, dugi prekidi (> 3 min)	10 do 50 puta na godinu dana (ispod 1% nominalne vrednosti)	10 ms	1 Godina	100%
Privremeni naponski skok	Uglavnom < 1.5 kV	10 ms	N/A	100%
Tranzijentni previsoki napon	Uglavnom < 6 kV	N/A	N/A	100%
Nesimetričnost napona	Uglavnom 2% ali povremeno 3%	10 min	1 Nedelja	95%
Harmonijski napon	8% Ukupna Harmonijska Distorzija (UHD)	10 min	1 Nedelja	95%

Tabela 1: Evropski standard EN50160 [9]

Supply voltage phenomenon	Acceptable limits	Measurement Interval	Monitoring Period	Procentat tačnosti
Grid frequency	49.5Hz to 50.5Hz 47Hz to 52Hz	10 s	1 Week	95% 100%
Slow voltage changes	230V $\pm$ 10%	10 min	1 Week	95%
Voltage Sags or Dips ($\leq$ 1min)	10 to 1000 times per year (under 85% of nominal)	10 ms	1 Year	100%
Short Interruptions ($\leq$ 3min)	10 to 100 times per year (under 1% of nominal)	10 ms	1 Year	100%
Accidental, long interruptions ($>$ 3min)	10 to 50 times per year (under 1% of nominal)	10 ms	1 Year	100%
Temporary over-voltages (line-to-ground)	Mostly $<$ 1.5 kV	10 ms	N/A	100%
Transient over-voltages (line-to-ground)	Mostly $<$ 6kV	N/A	N/A	100%
Voltage unbalance	Mostly 2% but occasionally 3%	10 min	1 Week	95%
Harmonic Voltages	8% Total Harmonic Distortion (THD)	10 min	1 Week	95%

Tabela 2: Originalna tabela za Evropski standard EN50160

Evropski standard *EN 50160* opisuje električnu energiju kao proizvod, a samim tim razmatra i sve njene nedostatke. Ovaj standard daje najvažnije karakteristike napona na potrošačkim priključcima u javnoj niskonaponskoj i srednjenaponskoj mreži, pod normalnim radnim uslovima.

Standard *EN 50160* propisuje ograničenja nekih poremećaja napona. Za svako od navedenih odstupanja, data je vrednost koja ne sme biti prekoračena u 95% vremena iskorišćenog za merenje. Merenja bi trebalo izvoditi u okviru određenog, prosečnog vremenskog prozora. Dužina ovog prozora je 10 minuta za većinu ispitivanih poremećaja, pa je to razlog zbog kojeg veoma kratke vremenske razmere nisu razmatrane u ovom standardu.

U standardu su, za niskonaponsku mrežu, navedene sledeće granice:

- **Mrežna frekvencija**

Frekvencija napona napajanja je 50 Hz . Pri normalnim pogonskim uslovima srednja vrednost osnovne frekvencije od deset sekundi u nekoj distributivnoj mreži mora biti u sledećim opsezima – $50\text{ Hz} +1\%$ (tj. od $49,5\text{ Hz}$ do $50,5\text{ Hz}$) tokom 95% nedelje, odnosno $50\text{ Hz} +4\% / -6\%$ (tj. od 47 Hz do 52 Hz) tokom preostalih 5% nedelje.

- **Amplituda napona**

U 95% svih prosečnih 10-to minutnih merenja tokom nedelju dana, napon bi trebalo da bude u granicama $\pm 10\%$ od nominalne vrednosti, a ona iznosi 230V .

Standard *EN 50160* ne daje detaljno karakteristike za poremećaje efektivne vrednosti napona. Većina pojava ovog tipa je samo spomenuta, ali su ipak navedene neke indikativne vrednosti za njihove učestanosti pojavljivanja.

- **Naponski propad**

Propadi napona nastaju pretežno zbog kvarova u postrojenjima potrošača, ili u javnoj mreži. Propadi napona praktično su nepredvidivi, izrazito slučajni događaji. Njihov je godišnji broj vrlo različit, zavisi od vrsti distributivne mreže i o posmatranoj tački mreže. Osim toga, njihova raspodela tokom godine može biti vrlo neravnomerna.

Orijentacione vrednosti su očekivani godišnji broj propada napona, može pri normalnim pogonskim uslovima biti od nekoliko desetina, do hiljadu. Većina propada napona kraća je od 1 s , a dubine propada manje su od $60\% U_n$. Međutim, pojedini propadi mogu biti dužeg trajanja i veće dubine propada. U nekim se mrežama vrlo često, zbog sklapanja komponenti u postrojenjima potrošača, mogu pojavljivati propadi napona dubine između 10% i $15\% U_n$.

- **Kratkotrajni prekid**

Nastupa između nekoliko desetina do hiljadu puta godišnje. U 70% slučajeva, trajanje je manje od 1s.

- **Dugotrajni prekid**

Slučajni prekidi napajanja većinom su izazvani spoljnim događajima, ili zahvatima, koje isporučilac električne energije ne može sprečiti. Činjenicom da postoje velike razlike u vrstama postrojenja i strukturama mreža u različitim državama, i sa obzirom na nepredvidive uticaje trećih strana i vremenskih (ne)prilika, nije moguće navesti tipične vrednosti učestanosti i trajanja dugih prekida napajanja.

Učestanost pojavljivanja može biti, manje od 10, pa do 50 puta godišnje.

- **Naponski skok**

Povremeni previsoki napon (mrežne frekvencije) u pravilu se pojavljuje pri kvaru u javnoj mreži, ili u nekom postrojenju potrošača. On nestaje kad se smetnja otkloni i isključi. Skokovi napona, nastali usled kvarova (kratkih spojeva) negde u sistemu, obično po efektivnoj vrednosti, ne prelaze 1.5kV.

- **Tranzijentni previsoki napon**

Tranzijentni previsoki naponi obično ne prelaze vrednost od 6 kV. Međutim, povremeno se pojavljuju i više vrednosti. Vremena su porasta u širokom opsegu, od milisekunde, do znatno kraće od mikrosekunde.

- **Nesimetričnost napona**

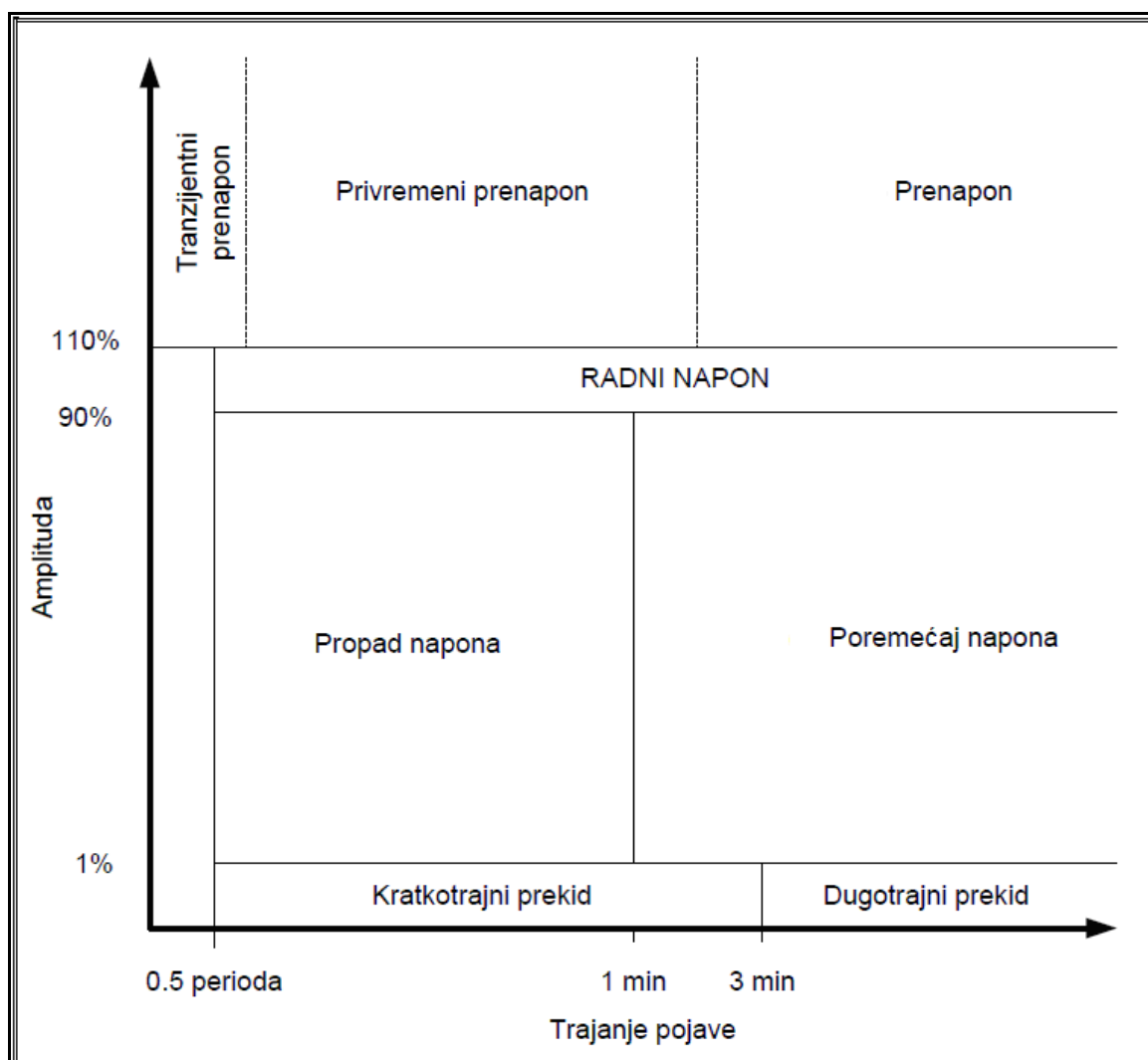
Stanje u trofaznoj mreži pri kojem nisu jednake efektivne vrednosti napona između faznih provodnika i nultog provodnika, ili uglovi među uzastopnim fazama. Meri se kao odstupanje u odnosu na idealni trofazni sistem, kod kojeg su amplitude napona sve tri faze jednake, a fazni uglovi su tačno 120°.

Pri normalnim pogonskim uslovima 10-minutna srednja efektivna vrednost inverzne komponente napona ne sme, kod 95% srednjih vrednosti svakoga nedeljnog intervala, prelaziti 2% odgovarajuće direktne komponente. U nekim mrežama sa postrojenjima potrošača koja su delimično jednofazno ili dvofazno priključena, pojavljuju se na trofaznim mestima predaje nesimetrije do oko 3%.

- **Harmonijski napon**

Ukupni sadržaj viših amplituda (eng. THD) napona napajanja, koji se izračunava uz uzimanje u obzir svih viših amplituda do 40. najvišeg perioda, ne sme prelaziti vrednost od 8% U_c .

Na slici 1 je prikazana definicija naponskih poremećaja prema standardu *EN 50160*.



Slika1: Definicija naponskih poremećaja korišćena u standradu EN50160

Niskonaponska mreža

Veličina napona napajanja

Nominalni napon U_n za niskonaponske javne mreže:

- za trofazne mreže sa četiri provodnika $U_n = 230 \text{ V}$ između faznih provodnika i nultog provodnika
- za trofazne mreže sa tri provodnika $U_n = 400 \text{ V}$ između faznih provodnika

Spore promene napona

Pri normalnim pogonskim uslovima, bez uzimanja u obzir prekida napajanja, 95% desetominutnih srednjih efektivnih vrednosti napona napajanja svakog nedeljnog intervala (bilo kojeg) mora biti u opsegu $U_n \pm 10 \%$. Preostalih 5% desetominutnih srednjih efektivnih vrednosti napona napajanja svakog nedeljnog intervala mora biti u opsegu $U_n +10 \%$ / -15% (tj. maksimalno 253 V i minimalno 207 V).

Brze promene napona

Brze promene napona su uglavnom izazvane promenama tereta u postrojenjima potrošača ili manipulacijom prekidačima u mreži. Pri normalnim pogonskim uslovima brza promena po pravilu ne prelazi 5 % nazivnog napona.

Međutim, pod određenim okolnostima mogu se više puta dnevno pojaviti kratkotrajne brze promene napona do 10 % U_n .

Napomena: Promena napona koja dovodi do pada napona napajanja do 1 % U_n smatra se prekidom napajanja.

Propadi napona

Propadi napona nastaju pretežno zbog kvarova u postrojenjima potrošača ili u javnoj mreži. Propadi napona praktično su nepredvidivi, izrazito slučajni događaji. Njihov godišnji broj je vrlo različit, i zavisi od vrste distributivne mreže i od posmatrane tačke u mreži. Takođe, njihova raspodela u toku godine je vrlo neravnomerna.

Očekivani godišnji broj propada napona može pri normalnim pogonskim uslovima biti od

nekoliko desetina do hiljadu. Većina propada napona kraća je od 1 s, a dubine propada manje su od 60 % U_c . Međutim, pojedini propadi mogu biti dužeg trajanja i veće dubine propada. U nekim mrežama se vrlo često, zbog uključenja velikih potrošača, mogu pojaviti propadi napona dubine između 10 % i 15 % U_c .

Kratki prekidi napona napajanja

Pri normalnim pogonskim uslovima kratki prekidi napona napajanja pojavljuju se sa učestanošću od nekoliko desetina pa do nekoliko stotina godišnje.

Trajanje oko 70 % kratkih prekida napona mora biti kraće od jedne sekunde.

Dugi prekidi napona napajanja

Orijentacione vrednosti: u zavisnosti od mesta, može se pri normalnim pogonskim uslovima, godišnje pojaviti od manje od 10 pa do 50 dugih prekida napona, trajanja preko tri minute.

Orijentacione vrednosti za prolazne prekide napajanja se ne navode jer se o tim prekidima potrošači unapred obaveštavaju.

Povremeni previsoki naponi između faznih provodnika i zemlje

Povremeni previsoki napon (mrežne frekvencije) po pravilu se pojavljuje pri kvaru u javnoj mreži, ili u nekom postrojenju potrošača. On nestaje kad se smetnja otkloni, ili isključi. Pri normalnim pogonskim uslovima previsoki naponi mogu, zbog pomeranja zvezdišta trofaznog sistema, dostići i linijske vrednosti napona.

Pod određenim okolnostima, kratak spoj na višenaponskoj strani transformatora može na niskonaponskoj strani izazvati prenapon, sve dok postoji struja kratkog spoja.

Preporuka EN 50160 daje kvantitativne odlike kvalitete napona u slučaju normalnog pogonskog stanja. Svrha joj je, dakle, opisati i utvrditi obeležja distributivnog napona, pri čemu se ne opisuju prosečne vrednosti posmatranih parametara, već se definišu najveća odstupanja pojedinih parametara, koja se mogu očekivati u distributivnoj elektroenergetskoj mreži. Period merenja određen preporukom EN 50160 je **sedam dana**, bez prestanka.

2.2. POKAZATELJI KVALITETA ELEKTRIČNE ENERGIJE VEZANI ZA UČESTANOST SISTEMA

Učestanost je električna slika brzine obrtanja sinhronih generatora u jednom elektroenergetskom sistemu. U stacionarnom stanju svi generatori su međusobno čvrsto spojeni sa sinhronizacionim momentima, pa se obrću istom električnom (sinhronom) brzinom. Tada postoji jednakost između motornih (turbinskih) i otpornih (generatorskih) momenata, odnosno postoji ravnoteža između proizvodnje i potrošnje električne energije u sistemu. Svako narušavanje te ravnoteže dovodi do varijacije brzine obrtanja sinhronih generatorskih grupa i učestanosti sistema.

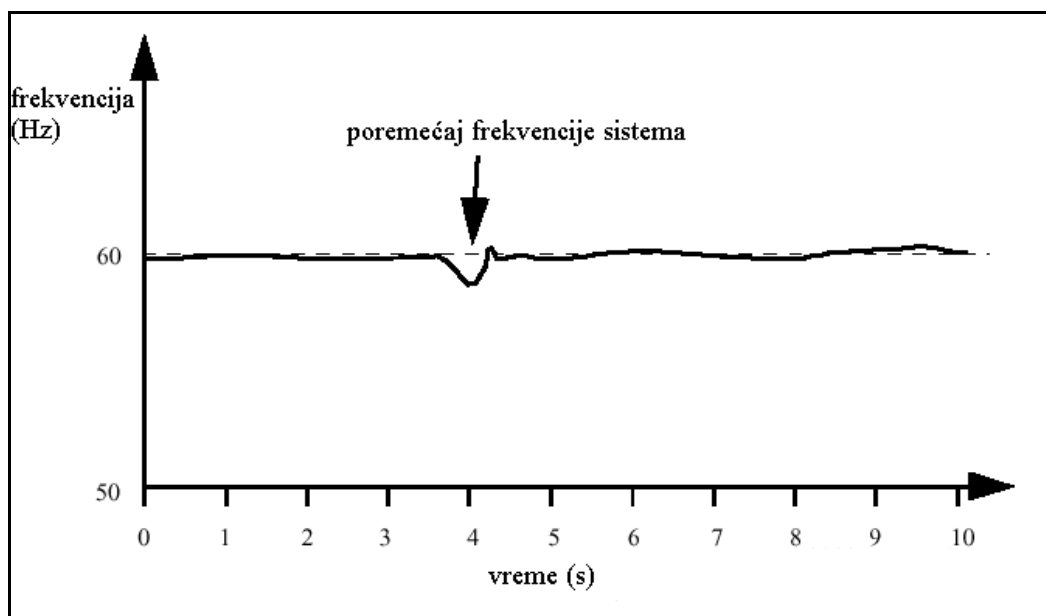
Održavanje učestanosti je globalni, sistemski problem, jer je u ustaljenom stanju ona ista u svim tačkama elektroenergetskog sistema i na svim generatorima koji rade u sinhronizmu.

Glavni uzroci odstupanja učestanosti u jednom elektroenergetskom sistemu u normalnom pogonu jesu varijacije potrošnje, a u poremećenim režimima i ispadi iz pogona generatorskih i potrošačkih blokova, usled pojave kvarova. U većini slučajeva potrošači imaju slobodu da se proizvoljno uključuju i isključuju i menjaju svoje opterećenje, čime se menja stanje (ili radni režim) eksploatacije sistema. Te promene stanja se dalje preslikavaju na promene učestanosti sistema. Njihova kompenzacija zahteva odgovarajuće promene odatih generatorskih snaga. Ceo koncept regulacije učestanosti upravo se bazira na permanentnim naporima da se u uslovima pojave promena stanja održava ravnoteža između proizvedenih i utrošenih aktivnih snaga.

Ukupna potrošnja jednog elektroenergetskog sistema sastoji se od velikog broja opterećenja individualnih potrošača različitog karaktera, kao što su domaćinstva, industrija itd., čija je jedinična snaga obično vrlo mala u odnosu na ukupno opterećenje sistema. Ponašanje svakog od tih pojedinačnih opterećenja je u osnovi stohastičko, ali srednja snaga potrošnje u celom sistemu prati ciklus ljudskih aktivnosti u nekom određenom vremenskom periodu, pa se može dosta tačno predvideti unapred i na osnovu tog predviđanja načiniti program rada proizvodnih agregata, koji će zadovoljiti te

planirane potrebe.

Potrebe za održavanjem učestanosti, nametnute od samih potrošača, obično nisu stroge. Odstupanja učestanosti u opsegu od $\pm 0,25$ Hz do $\pm 0,5$ Hz, za potrošače su sasvim prihvatljiva, osim za neke specijalne aparate (sinhroni časovnici, elektronski računari, TV i telekomunikacioni uređaji itd.).



Slika 2: Prikaz poremećaja frekvencije

Mere za održavanje kvaliteta učestanosti odnose se na dva tipa upravljačkih akcija, i to:

- regulaciju učestanosti, na nivou celog elektroenergetskog sistema, centralizovano;
- brzu zaštitu skupih elemenata sistema, lokalno, pomoću zaštitnih releja, osetljivih na promene učestanosti.

Osnovni pokazatelj kvaliteta održavanja učestanosti u nekom elektroenergetskom sistemu naizmenične struje je odstupanje učestanosti u odnosu na svoju nominalnu (nazivnu) vrednost. To je globalni pokazatelj, isti za sve delove elektroenergetskog sistema u sinhronizmu, koji karakteriše održavanje ravnoteže između proizvodnje i potrošnje aktivne snage. Normiranje učestanosti vezuje se za normalni stacionarni radni režim, gde je ta uravnoteženost ostvariva.

Međutim, definicija odstupanja učestanosti nije jednoznačna, pa se mogu razmatrati sledeće tri opcije pri specifikaciji tog pokazatelja:

1. Odstupanje trenutne od nazivne vrednosti učestanosti:

$$\Delta F(t) = F(t) - F_n$$

2. Odstupanje srednje vrednosti učestanosti u nekom određenom vremenskom periodu T (15 minuta, 1 sat, 1 dan itd.):

$$\Delta F_T = F_T - F_n,$$

gde je $F_T = \frac{1}{T} \int_0^T F(\tau) d\tau$ - srednja vrednost učestanosti u razmatranom vremenskom periodu T .

3. Srednje-kvadratno odstupanje (standardna devijacija), tokom nekog vremenskog perioda T , računato u odnosu na svoju srednju vrednost F_T u istom tom periodu:

$$\sigma_{\Delta F} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (F(\tau) - F_T)^2 d\tau}.$$

Definicija srednje – kvadratnog odstupanja učestanosti je bitna zbog slučajne varijacije učestanosti, koja podleže normalnoj (Gausovoj) raspodeli, čija je funkcija gustine raspodele:

$$\varphi_{\Delta F} = \frac{1}{\sigma_{\Delta F} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\Delta F_T)^2}{2\sigma_{\Delta F}^2} \right].$$

Prema Evropskoj normi EN 50160 koja se odnosi na mrežnu frekvenciju kao obeležje elektroenergetskog sistema niskog napona, nazivna frekvencija napona napajanja je 50Hz. Pri normalnim pogonskim uslovima desetosekundna srednja vrednost osnovne frekvencije u nekoj distributivnoj mreži mora biti u sledećim opsezima:

- kod mreža povezanih sa elektroenergetskim sistemom: 50 Hz $\pm$ 1%) tj. od 49,5 Hz do 50,5 Hz) tokom 95% nedelje, odnosno 50 Hz + 4%/-6% (tj. od 47 Hz do 52 Hz) tokom 100% nedelje (u preostalim 5%).

Sada je ovaj zahtev strožiji i glasi:

- kod mreža povezanih sa elektroenergetskim sistemom: 50 Hz $\pm$ 1%) tj. od 49,5 Hz do 50,5 Hz) tokom 99,5% svake nedelje (tokom cele godine), odnosno 50 Hz + 4%/-6% (tj. od 47 Hz do 52 Hz) u preostalim 0,5% svake nedelje;
- kod izolovanih mreža (nepovezanih sa elektroenergetskim sistemom i po starim i po novim stadnardima dozvoljene tolerancije su 50 Hz $\pm$ 2%) tj. od 49 Hz do 51 Hz) tokom 95% nedelje, odnosno 50 Hz $\pm$ 15% (tj. od 42,5 Hz do 57,5 Hz) u preostalim 5% svake nedelje.

2.3. POKAZATELJI KVALITETA ELEKTRIČNE ENERGIJE VEZANI ZA NAPON

2.3.1. Definicije osnovnih poremećaja

Amplituda napona i oblik talasa napona, odnosno odstupanje oblika talasa napona od idealne sinusoide predstavljaju mere kvaliteta isporuke električne energije vezana za napon industrijske učestanosti.

U tom smislu definišu se osnovne forme poremećaja:

a. *Naponski propadi* predstavljaju smanjenje amplitude napona industrijske učestanosti, čije je trajanje u opsegu od 0,01 s do 1 minuta. Tipične vrednosti su između 10 % i 90 % (od nazivne efektivne vrednosti napona);

b. *Prekidi napajanja* su okarakterisani potpunim gubitkom napona (kada je napon ispod 10% od nazivne efektivne vrednosti) na jednoj, ili više faza tokom dužeg vremenskog perioda. Trenutni prekidi su okarakterisani trajanjem između 0,01 s i 3 s, a privremeni prekidi između 3 s i 60 s, dok su trajni prekidi, svi oni čije je trajanje duže od 60 s;

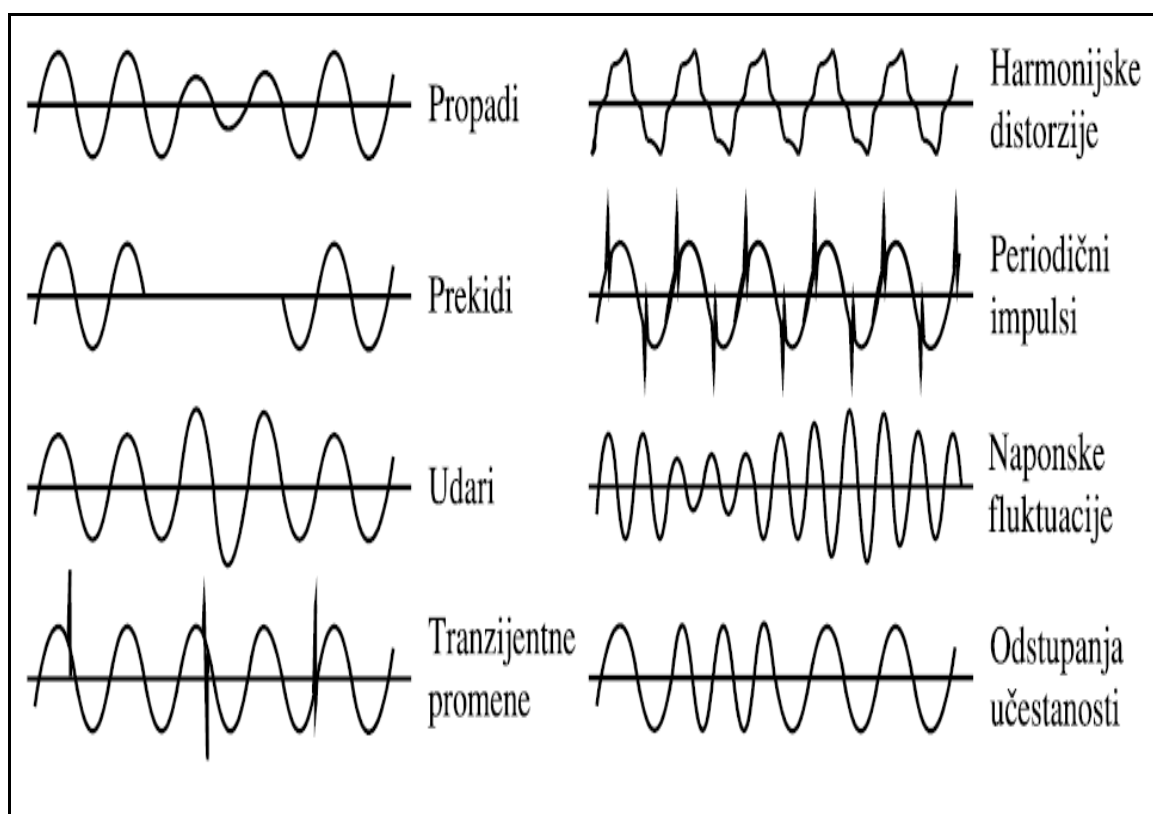
c. *Naponski udari* predstavljaju privremeno povećanje napona (ili struje) za više od 10 % od nazivne vrednosti, a trajanja su od 0,01 s do 60 s;

d. *Prelazne distorzije (ili tranzijentne promene) talasa napona* okarakterisane su pojavama impulsnih neregularnosti (bilo koje polarnosti) u sinusoidi napona, koje se ponavljaju u kratkim vremenskim intervalima na inače sinusoidnom talasu napona industrijske učestanosti;

e. *Prenaponi i podnaponi* su odstupanja napona veća od ± 10 % od nazivne vrednosti napona, koja traju duže od 1 minuta;

f. *Harmonici* predstavljaju sinusoidne talase napona (i/ili struja), čije su učestanosti celobrojni, ili razlomljeni umnožak osnovne učestanosti naizmeničnog napona

industrijske učestanosti. Ti talasi se superponiraju na talas osnovne učestanosti, izazivajući njegovu distorziju. Pored viših harmonika (samo neparni sa celobrojnim umnožkom osnovne učestanosti većim od 1), postoje i subharmonici (oni su razlomljeni umnožak (manji od 1) učestanosti osnovnog harmonika) i međuharmonici (necelobrojni umnožak (veći od 1) učestanosti osnovnog harmonika). Izvori harmonika su nelinearni potrošači i uređaji energetske elektronike: statički konvertori, invertori, ciklokonvertori, zatim lučne peći i beskontaktni prekidači i drugi slični uređaji.



Slika 3: Najznačajnije distorzije talasa naizmjeničnog napona koje utiču na kvalitet isporučene električne energije

2.3.2. Poremećaji amplitude naponskog talasa

Poznavajući amplitudu i vreme trajanja poremećaja napona, sve pojave se mogu predstaviti u ravni amplituda–trajanje. Poremećaji snimljeni u toku određenog perioda se onda mogu prikazati u vidu tačaka rasutih u ovoj ravni. U zavisnosti od uzroka poremećaja, tačke se mogu naći u različitim delovima ravni, tako da je za dalje preciznije razmatranje ovih poremećaja neophodno izvršiti odgovarajuću klasifikaciju.

Prema visini amplitude napona, poremećaji se mogu podeliti u 3 oblasti:

- *Prekid* – amplituda je nula (ili približno jednaka nuli);
- *Podnapon* – amplituda je ispod nominalne vrednosti;
- *Prenapon* – amplituda je iznad nominalne vrednosti.

Prema trajanju, pojave se mogu podeliti u 4 grupe:

- *Veoma kratke* – tranzijenti i događaji posle kojih se sistem sam vraća u normalno stanje (*self-restoring*);
- *Kratke* – događaji nakon kojih se sistem automatskom intervencijom vraća u normalno stanje (*automatic*);
- *Duge* – događaji nakon kojih je potrebna ručna intervencija (*manual*);
- *Veoma duge* – događaji nakon kojih je potrebna popravka ili zamena pokvarenih i neispravnih komponenti.

Ovakav metod klasifikacije poremećaja, preko amplitude i trajanja pokazao se kao veoma dobar i putem njega se mogu dobiti mnoge korisne informacije po pitanju kvaliteta električne energije.

Odstupanja amplitude napona se, kao i u slučaju odstupanja učestanosti, mogu definisati na tri različita načina:

1. *Odstupanje trenutne od nominalne (nazivne) vrednosti napona:*

$$\Delta V(t) = V(t) - V_n,$$

ili u procentima

$$\Delta V(t) = \frac{\Delta V(t)}{V_n} 100[\%].$$

Ako su amplitude ovih trenutnih odstupanja veće od 10% govori se o naponskim udarima (ako su pozitivne), i propadima (ako su negativne).

2. *Odstupanje srednje vrednosti napona u nekom određenom vremenskom periodu T* (15 minuta, 1 sat, 1 dan itd.):

$$\Delta V_T = V_T - V_n,$$

gde je $V_T = \frac{1}{T} \int_0^T V(\tau) d\tau$ - srednja vrednost napona u razmatranom vremenskom periodu T.

3. *Srednje-kvadratno odstupanje (standardna devijacija)*, tokom nekog vremenskog perioda T, računato u odnosu na svoju srednju vrednost V_T u istom tom periodu:

$$\sigma_{\Delta V} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (V(\tau) - V_T)^2 d\tau},$$

pri čemu slučajne varijacije napona podležu normalnoj (Gausovoj) raspodeli, sa funkcijom gustine raspodele:

$$\varphi_{\Delta V} = \frac{1}{\sigma_{\Delta V} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\Delta V_T)^2}{2\sigma_{\Delta V}^2} \right].$$

4. *Pad napona* je razlika modula napona između dve tačke u mreži, izazvana protokom struje kroz povezanu impedansu:

$$\Delta V = V_1 - V_2$$

odnosno u procentima

$$\Delta V = \frac{V_1 - V_2}{V_2} 100 \approx \frac{V_1 - V_2}{V_n} 100 [\%].$$

2.3.3. Dugotrajni poremećaji - definicija i specifikacija zahteva elektroenergetskih sistema u pogledu održavanja ustaljene vrednosti napona

Ovi poremećaji obuhvataju sva odstupanja napona od nominalne vrednosti koja traju duže od 1 minuta. Dele se na podnapone, prenapone i dugotrajne prekide.

U elektroenergetskom sistemu se ne zahteva striktno održavanje napona u svim čvornim tačkama mreže na propisanim konstantnim vrednostima, već se dozvoljava neki tolerantni opseg promena. Taj opseg dozvoljenih promena je širi za prenosne, a uži za distributivne sisteme koji direktno napajaju potrošače. Granice dozvoljenih promena u prenosnim mrežama određenje su uslovima sigurnosti pogona sistema i u principu zavise od sledećih ograničenja:

- gornja granica zavisi od stepena izolacije aparata i uređaja, odnosno od dielektrične čvrstoće primenjenih izolacionih materijala i pojave zasićenja transformatora;
- donja granica zavisi od granica stabilnosti pogona generatorskih grupa, sigurnosti napajanja sopstvene potrošnje elektrana i opasnosti od pojave sloma napona u sistemu.

Vrednosti napona koje treba održavati moraju poštovati navedena tehnička ograničenja uz najveću ekonomiju i sigurnost pogona. Ovi zahtevi se obično manifestuju preko profila visokih vrednosti napona koje u mreži treba održavati. Oni su po pravilu blisko gornjim granicama, koje se za pojedine naponske nivoe prenosnih mreža definišu odgovarajućim propisima i preporukama.

U distributivnim mrežama napon napajanja potrošača treba da se održava na približno nominalnim naponima priključenih aparata. Regulacija napona u ovim mrežama se u principu obavlja pomoću automatski upravljanih regulacionih transformatora, kompenzacija faktora snage preko baterija otočnih kondenzatora, a kod velikih industrijskih potrošača i pomoću regulisanih statičkih kompenzacionih sistema.

Donja i gornja granica napona pri kojoj uređaj još uvek ispravno radi zavisi od tipa i konstrukcije samog uređaja. U tom pogledu vrše se i razna laboratorijska ispitivanja.

Tako se došlo do zaključka da su donje granice ispravnog rada različite za pojedine uređaje: televizor (−30 %), sijalica sa užarenim vlaknom (−15 %), fluorescentne sijalice (−20 %), trofazni asinhroni motori (−20 % do −25 %), aparati za domaćinstvo (− 15 % do −40 %) itd. Ove vrednosti date su u odnosu na nazivne radne napone za koje su pojedini uređaji konstruisani. Treba istaći da pri navedenim graničnim vrednostima prestaje ispravan rad uređaja, ali one ne pokazuju pod kojim uslovima uređaj radi, ako se napon nalazi neposredno iznad, ili ispod deklarisanе granice.

U slučaju uređaja za osvetljenje sa užarenim vlaknom, sa smanjenjem napona smanjuje se i snaga potrošnje, svetlosni fluks i odavanje svetlosti, što jednom rečju znači da se pogoršava kvalitet osvetljenja. Ali, isto tako, interesantno je napomenuti da se sa povećanjem radnog napona iznad nazivne vrednosti znatno skraćuje vek trajanja uređaja za osvetljenje.

Kod asinhronih motora, sa promenom napona, aktivna snaga opterećanja ostaje približno konstantna, ali se menjaju gubici.

U industrijskim elektrotermičkim postrojenjima sa promenom napona se pored smetnji u odvijanju procesa, javlja i dodatno povećanje potrošnje električne energije.

Iz svega rečenog može se zaključiti da se pogoršanje kvaliteta električne energije, naročito u pogledu pokazatelja vezanih za napon, odražava kroz:

- povećanje aktivne snage i utroška energije za jedinicu proizvoda;
- povećanje potrebne reaktivne snage u postrojenjima;
- smanjenje količine i kvaliteta proizvoda;
- povećanje utroška goriva i materijala u proizvodnji;
- izazivanje raznih smetnji u procesima;
- sniženje funkcionalnosti elektroenergetskih postrojenja itd. procesima;
- povećanje učestanosti ispada proizvodnih.

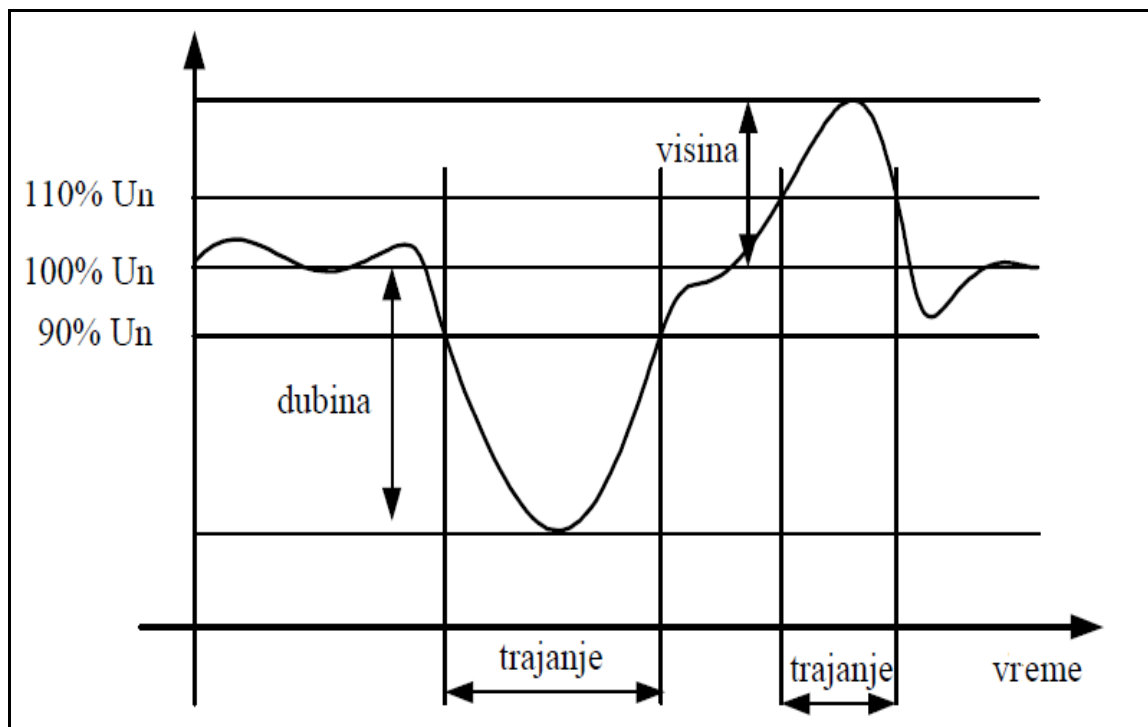
2.3.4. Kratkotrajni poremećaji - definicija i specifikacija zahteva sistema

Propad napona je kratkotrajno smanjenje efektivne vrednosti napona. Opisuje se trajanjem poremećaja i zaostalim naponom, tj. vrednošću napona u toku poremećaja i to najčešće u obliku procentualne vrednosti u odnosu na nominalnu vrednost napona. Tako se kaže da se ima propad napona na 20%, čime se misli da je napon redukovao na 20% nominalne vrednosti. Izraze tipa propadi napona od 20% bi trebalo izbegavati, jer može doći do nesporazuma, da se misli da je zaostala vrednost napona 80%. Neko smanjenje napona se smatra propadom napona, ako je efektivna vrednost napona smanjena na vrednost između 10% i 90 % nominalne efektivne vrednosti napona po IEEE standardima ili između 1% i 90% nominalne vrednosti po IEC standardima.

Smanjenje vrednosti napona ispod 10%, odnosno 1%, se smatra kratkotrajnim prekidom napajanja, a smanjenje vrednosti napona na vrednost veću od 90%, se ne smatra poremećajem već normalnim radnim stanjem.

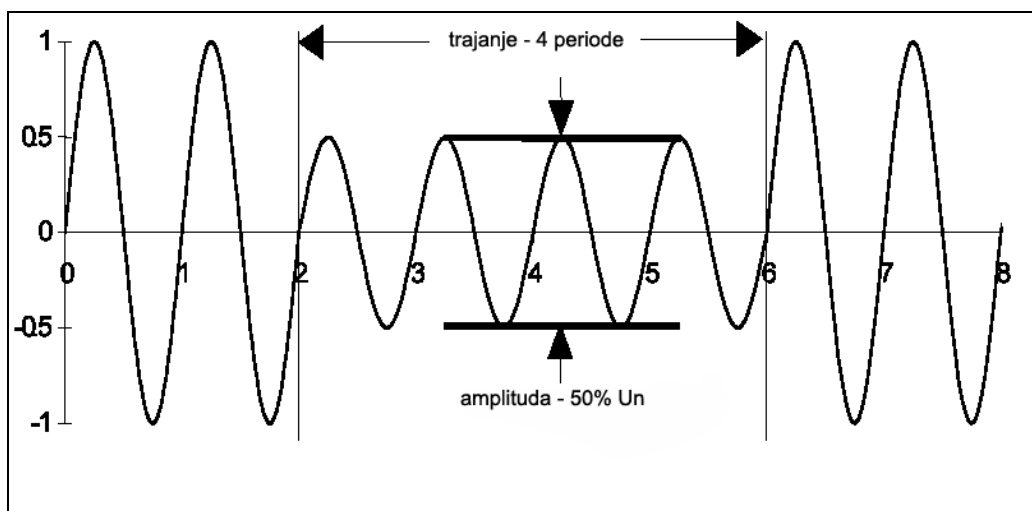
U evropskoj literaturi se propad napona zove *voltage dip*, dok se u američkoj koristi termin *voltage sag*. Do terminološke nedoumice može još doći, jer se u evropskoj literaturi terminom *voltage sag*, nazivaju duže redukcije vrednosti napona, najčešće preduzete od strane isporučioaca, u cilju smanjenja opterećenja sistema u trenutku maksimalne potražnje, ili zbog slabosti sistema.

Što se tiče trajanja propada napona ni tu ne postoji terminološka usaglašenost. Tipično se uzima da se ima propad napona ako mu je trajanje od $\frac{1}{2}$ periode osnovne frekvencije do jednog minuta. Svi poremećaji duži od jedne minute se nazivaju podnaponima (undervoltage), a kraći od $\frac{1}{2}$ periode se zovu tranzijentima. Vršiti se još, kao što je ranije napomenuto, podela propada napona po dužini trajanja, na vrlo kratke (instantaneous) u trajanju od 0,5-30 perioda mrežne frekvencije, kratke (momentary) u trajanju od 30 perioda do 3 sekunde i privremene (temporary) u trajanju od 3 sekunde do jedne minute.

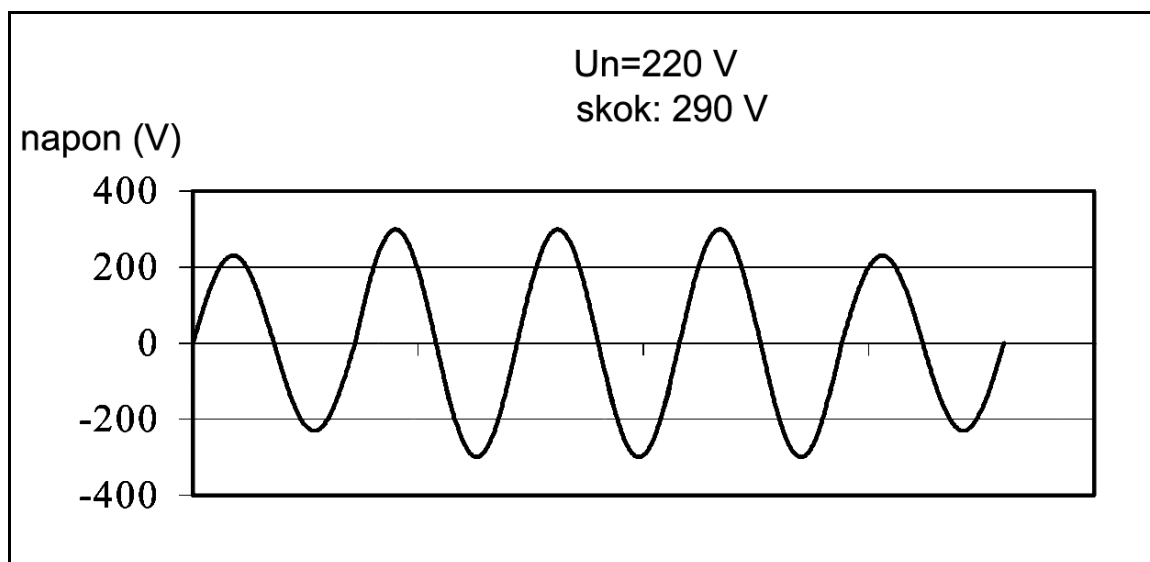


Slika 4: Naponski propadi i povremeni porasti napona

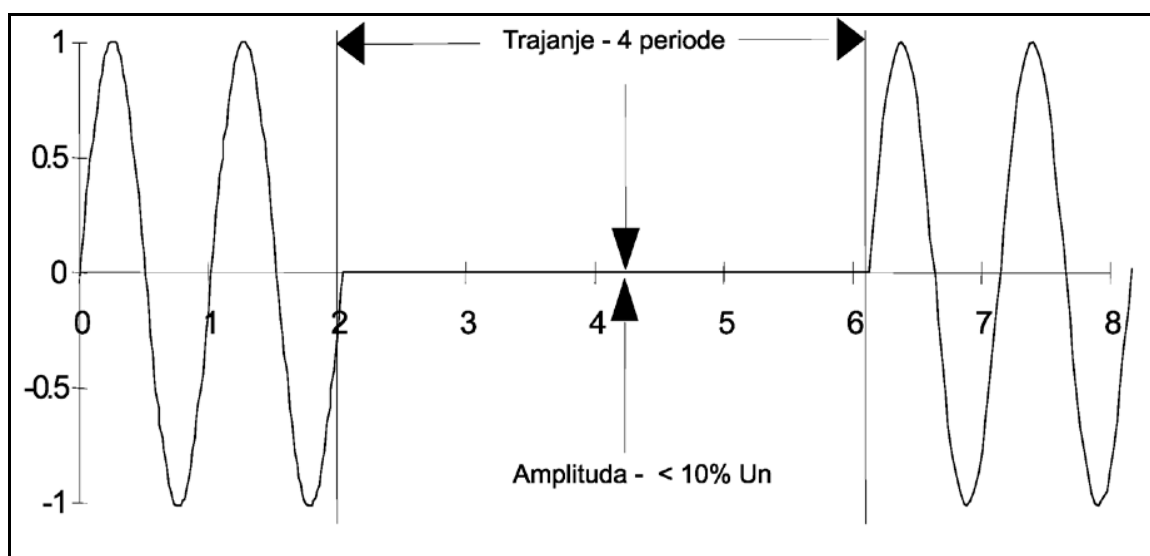
U skladu sa definicijom propada napona kratkotrajni prekidi napajanja se definišu kao smanjenja efektivne vrednosti napona na niže od 10% i to u trajanju od $\frac{1}{2}$ periode mrežnog napona do jedne minute, ili do 3 minuta kako je to definisano u evropskom standardu EN 50160.



Slika 5: Ilustracija propada napona [8]



Slika 6: Ilustracija skoka napona [8]



Slika 7: Prikaz kratkotrajnog prekida napona [8]

Propadi napona mogu biti jednofazni, dvofazni, ili trofazni, tj. simetrični ili nesimetrični, u zavisnosti od toga kako je došlo do njihovog nastanka (jednofazni, ili trofazni kvar na primer). Sem toga prilikom propada napona može doći i do promene faznog ugla između određenih faza. U skladu sa tim, propadi napona su podeljeni u sedam grupa, tipova, u zavisnosti od toga u koliko faza je došlo do propada napona i na koji način. Kompleksni izrazi za ovih sedam tipova propada su prikazani na slici 8.

Type	Voltages	Phasors
A	$U_a = V^*$ $U_b = -\frac{1}{2}V^* - \frac{1}{2}jV^*\sqrt{3}$ $U_c = -\frac{1}{2}V^* + \frac{1}{2}jV^*\sqrt{3}$	
B	$U_a = V^*$ $U_b = -\frac{1}{2}E_1 - \frac{1}{2}jE_1\sqrt{3}$ $U_c = -\frac{1}{2}E_1 + \frac{1}{2}jE_1\sqrt{3}$	
C	$U_a = E_1$ $U_b = -\frac{1}{2}E_1 - \frac{1}{2}jV^*\sqrt{3}$ $U_c = -\frac{1}{2}E_1 + \frac{1}{2}jV^*\sqrt{3}$	
D	$U_a = V^*$ $U_b = -\frac{1}{2}V^* - \frac{1}{2}jE_1\sqrt{3}$ $U_c = -\frac{1}{2}V^* + \frac{1}{2}jE_1\sqrt{3}$	
E	$U_a = E_1$ $U_b = -\frac{1}{2}V^* - \frac{1}{2}jV^*\sqrt{3}$ $U_c = -\frac{1}{2}V^* + \frac{1}{2}jV^*\sqrt{3}$	
F	$U_a = V^*$ $U_b = -\frac{1}{2}V^* - (\frac{1}{3}E_1 + \frac{1}{6}V^*)j\sqrt{3}$ $U_c = -\frac{1}{2}V^* + (\frac{1}{3}E_1 + \frac{1}{6}V^*)j\sqrt{3}$	
G	$U_a = \frac{2}{3}E_1 + \frac{1}{3}V^*$ $U_b = -\frac{1}{3}E_1 - \frac{1}{6}V^* - \frac{1}{2}jV^*\sqrt{3}$ $U_c = -\frac{1}{3}E_1 - \frac{1}{6}V^* + \frac{1}{2}jV^*\sqrt{3}$	

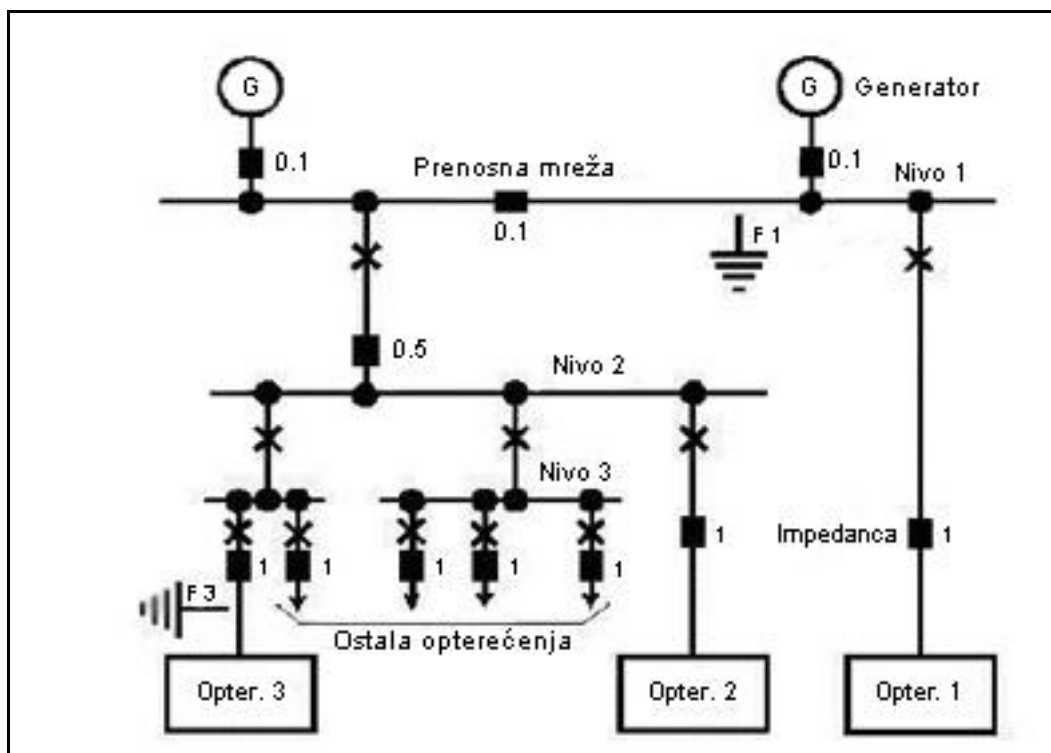
Slika 8: Tipovi propada napona

Postoje dva glavna uzroka propada napona, a to su promene nekog većeg opterećenja i kvar u mreži koji se isključuje nakon određenog vremena.

Prilikom pokretanja velikih potrošača, kao što su veliki pogoni, struja pokretanja može biti nekoliko puta veća od nominalne vrednosti. Obzirom da su mreža i instalacije projektovane za normalne radne uslove, ovako visoke početne struje uzrokuju pad napona i u instalacijama potrošača koji ih je proizveo, i u mreži na koju je potrošač priključen. Propadi napona uzrokovani na ovaj način su manjeg intenziteta i dužeg trajanja u poređenju sa onim koji nastaju usled kvarova na mreži. Njihovo trajanje je od nekoliko sekundi, do jednog minuta, te se oni mogu smatrati primerom privremenog propada napona (temporary voltage dips).

Veliki potrošači bi se trebali direktno povezivati na mesto priključka, ili na napojni transformator. Postoji čitava paleta posebne opreme za kontrolu propada napona kod industrijskih postrojenja, u slučaju da ne može direktno da se priključi.

Na slici 9. se nalazi primer mreže i kvarova koji uzrokuju propade napona u drugim delovima mreže. Tako kvar u tački F3 dovodi do propada na 0% na opterećenju 3, na 64% na opterećenju 2 i na 98% na opterećenju 1. Sa druge strane kvar u tački F1 dovodi do propada napona (tj. do kratkotrajnog prekida napajanja) na 0% na opterećenju 1 i do propada na 50% na svim ostalim opterećenjima. Potrošači priključeni na nivo 3 imaju mnogo veću verovatnoću da pretrpe propad napona, nego potrošači na nivou 1, zbog toga što postoji mnogo više mogućih mesta kvara koji utiču na njih. Kvar na Nivou 1 ima mnogo veći uticaj na opterećenja na nivou 3 nego što kvar na nivou 3 ima na potrošače na nivou 1. U principu važi pravilo da što je potrošač bliži izvoru, propadi napona će biti ređi i manjeg intenziteta.



Slika 9: Prikaz opterećenja potrošača u različitim tačkama

Trajanje propada napona zavisi od vremena potrebnog zaštitnoj opremi da otkrije i isključi kvar i najčešće je reda nekoliko stotina milisekundi. Ako nema automatskog ponovnog uključenja (APU) onda će svi potrošači na tom pravcu napajanja ostati bez

napajanja sve dok se vod ne proveri i ponovo uključi. APU (autoreclosers) sistemi ovde mogu biti od velike pomoći, ali takođe mogu dovesti do povećanja broja propada napona. Naime, ubrzo (za manje od jedne sekunde) nakon što je zaštitna oprema isključila vod, APU pokušava da ga ponovo uključi. Ako je došlo do nestanka uzroka kvara ovo uspeva te se napajanje ponovo uspostavlja. Ovom prilikom su opterećenja na kolu sa kvarom doživela propad napona od 100% (u stvari doživela su kratkotrajni prekid napajanja) u periodu između isključenja i ponovnog uključenja, dok su ostali potrošači na mreži doživeli propad napona čiji intenzitet zavisi od međusobne električne udaljenosti izvora. Međutim, ako se nakon prvog ponovnog uključenja ponovo uspostavi struja kvara, zaštita će opet delovati i dovesti do ponovnog isključenja.

Svaki put kada APU uključi vod pod kvarom, dolazi do novog propada napona, koji mogu osetiti svi potrošači na mreži. Kada se obračunava efikasnost isporučioca električne energije, što je vrlo važna karakteristika u deregulisanim tržištima električne energije, u nekim zemljama, poput Velike Britanije, se kao jedini parametar uzima prosečno vreme bez napajanja za jednog prosečnog potrošača u toku godine. U ovo obračunato vreme se ne ubrajaju kratkotrajni prekidi napajanja (ispod jedne minute). Ovakva praksa je dovela do široko rasprostranjene upotrebe APU sistema, jer oni podižu ovako obračunatu efikasnost. Tako je danas u razvijenim zemljama raspoloživost mreža 99.99% . Kao što je pokazano, APU povećava broj propada napona u mreži, pa se može reći da se njime postiže povećanje raspoloživosti sistema napajanja na uštrb kvaliteta električne energije.

U današnje vreme računari su od izuzetnog značaja u svim delatnostima, bilo da su to radne stanice, mrežni serveri, ili računari u sklopu kontrole procesa proizvodnje. Propadi napona, kao i kratkotrajni prekidi napajanja, mogu dovesti do značajnih problema u radu ove opreme. Vrlo lako dolazi do gubljenja važnih podataka, zastoja u komunikaciji i obustave radnog procesa.

3. INSTRUMENT VMP-20

3.1. KRATKI OPIS PROIZVODA

Pre desetak godina je na Fakultetu Tehničkih Nauka u Novom Sadu razvijena merna metoda nazvana stohastička adicijom A/D konverzija (SAADK). Karakteriše je jednostavan hardver i adaptivna preciznost. Ona predstavlja nov pristup merenjima na mreži, razvijen nezavisno od stepena razvoja tehnologije elektronskih komponenti potrebnih za njenu realizaciju. Već tad je bilo moguće, uz njenu primenu, meriti 10 puta u sekundi efektivne vrednosti 3 napona, efektivne vrednosti 3 struje, 3 aktivne snage u tri faze, sa tačnošću od 1%, i frekvenciju. Ključne komponente su danas brže više od 100 puta, pa je, zbog adaptivne preciznosti, moguće povećati tačnost tog instrumenta za $\sqrt{100} = 10$ puta, i sada je njegova tačnost 0.1%. I tačnost i brzina su dovoljni za efikasan monitoring veličina u elektrodistributivnoj mreži.

Sa druge strane, razvoj računara i međuračunarskih komunikacija, je takođe bio brz i uspešan, pa danas imamo serijsku komunikaciju koja je više od 20 puta brža, nego pre deset godina, a poznato je da se performanse računara dupliraju svakih 18 meseci. Ove činjenice otvaraju mogućnost pomnog praćenja stanja u mreži.

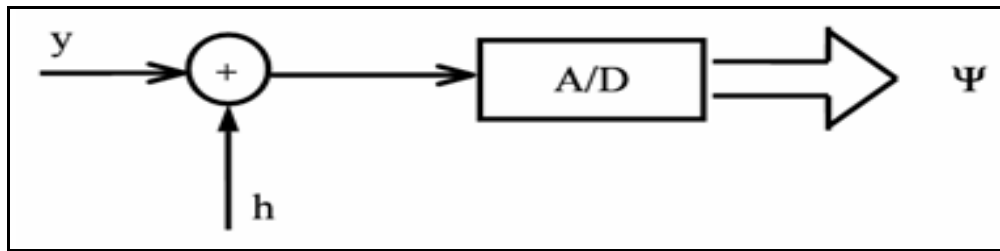
Instrument VMP-20 predstavlja univerzalni merni instrument, pogodan za merenje napona, struje, aktivne snage, faktora snage (ove veličine se vide direktno na displeju) i frekvencije, impedanse, reaktivne snage, prividne snage, aktivne i reaktivne energije (ove veličine su vidljive pomoću softvera kad se instrument priključi na računar). Instrument dozvoljava merenje veličina više od 10 puta u sekundi, a tačnost mu je 0.1% od očitane vrednosti. I tačnost i brzina su dovoljni za efikasan monitoring veličina u elektrodistributivnoj mreži.

Napajanje instrumenta je 220V, 50Hz, i ima dva ulaza: strujni i naponski. Domašaj na naponskom nivou je 400V, a na strujnom 5A. Instrument automatski bira opsege napona i struje.

3.2. PRINCIP RADA

3.2.1. Uniformni kvantizer i uniformni slučajni diter

Instrument se bazira na mernoj metodi nazvanoj stohastička adicijona A/D konverzija (SAADK) [10], [11]. Osnova za funkcionisanje ove metode je stohastički (slučajni) diter (eng. *dither* - treperenje).



Slika 10: Uniformni A/D konvertor sa diterom [16]

Na slici 10 je prikazan uniformni A/D konvertor sa diterom, koji se sastoji od analognog sabirača i uniformnog kvantizera. Ulaz na kvantizeru, $y+h$, je unutar njegovog opsega, gde je $y = c$ konstantan napon, a h slučajni signal koji ispunjava uslove, da je

$$p(h) = \frac{1}{a}, \quad |h| \leq \frac{a}{2} \quad (1)$$

pri čemu je a – kvant uniformnog kvantizera, a $p(h)$ – funkcija gustine raspodele verovatnoće signala h .

Kvantizer preslikava kontinualnu promeljivu u diskretnu. Ukoliko su nivoi odlučivanja ekvidistantni, tj. ako je $d_{k-1} - d_k$ konstatno za sve k , radi se o uniformnom kvantizeru. Signalu se dodaje fiksni broj bita koji se koriste za predstavljanje svakog diterovanog odmerka. Ako je N broj nivoa izlaza iz kvantizera, broj B broj bita po odmerku, tada je

$$N = 2^B.$$

Vidi se da ukoliko je upotrebljen veći broj bita za predstavljanje odmerka, broj izlaznih nivoa N će se povećavati. To će smanjiti grešku kvantovanja, pa će se dobiti bolji signal.

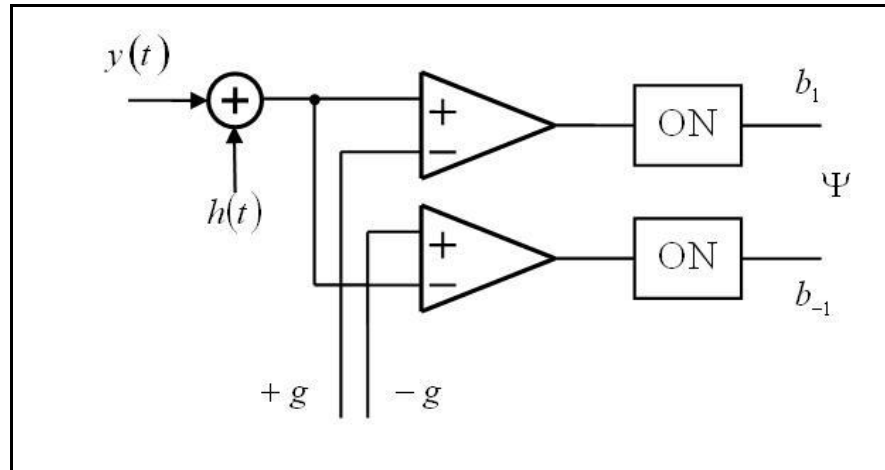
Bitski protok kvantnog signala, dobija se iz izraza

$$\text{bitski_protok} = f_s B$$

gde je sa f_s označena frekencija odmeravanja, a B broj bita po odmerku.

3.2.2. Merenje srednje vrednosti jednosmernog signala

Za merenje srednje vrednosti signala koristi se uređaj nazvan stohastički adicioni A/D konvertor sa jednim generatorom ditera (SAADK-1G) prikazan na slici 11 [12].



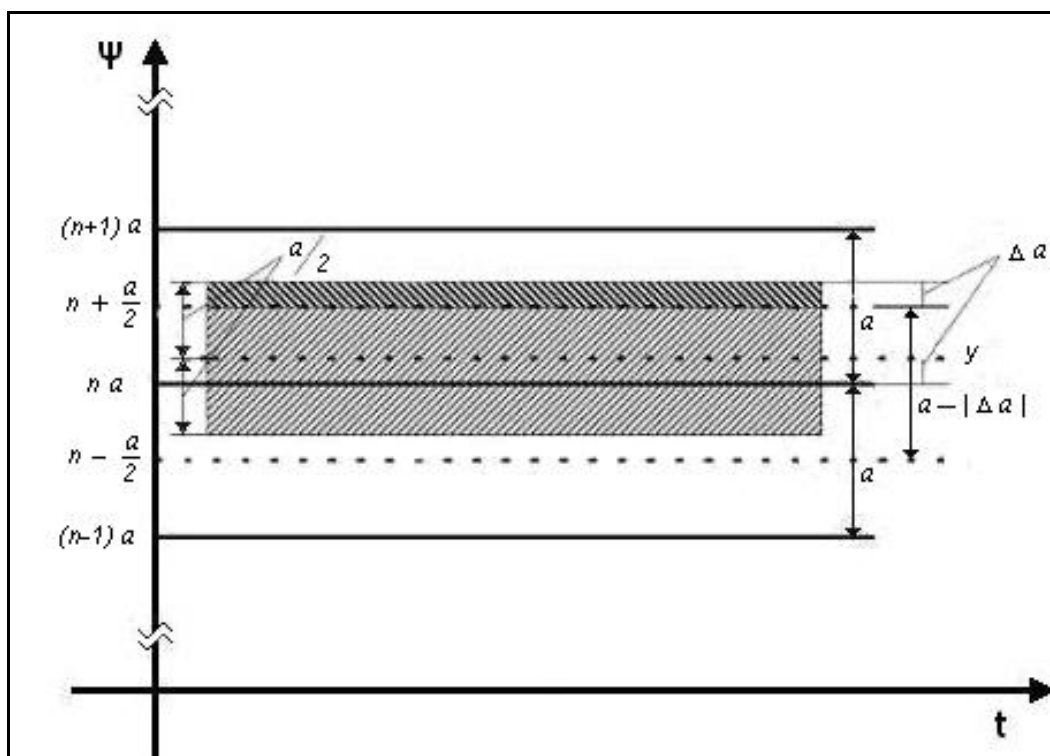
Slika 11: Blok šema SAADK-1G [16]

Pretpostavimo da ulazni signal y ima osobine

$$|y| \leq R, \quad R = Za, \quad (2)$$

gde je Z prirodan broj i da mu superponiramo ditterski signal (1) poznatih osobina, tada je očigledno $|y + h| \leq R + \frac{a}{2}$.

Ako na ulaz dovedemo nepromenljiv (jednosmeran, konstantan) napon $y(t) = y$, koji se nalazi između n -tog i $n+1$ -vog kvantnog nivoa, tako da je $n \cdot a \leq y < (n+1) \cdot a$, proces merenja srednje vrednosti uniformnog kvantizera i pripadajuće pragove odlučivanja možemo grafički predstaviti kao na slici 12, gde su sa $(n-1) \cdot a$, $n \cdot a$ i $(n+1) \cdot a$ označeni kvantni nivoi, a sa $n \cdot a - \frac{a}{2}$ i $n \cdot a + \frac{a}{2}$ su označeni pragovi odlučivanja. Slučajna promenljiva ψ poprima vrednost $\psi_{n+1} = (n+1) \cdot a$, kada je zbir ulaznog napona i ditera veći od praga $n \cdot a + \frac{a}{2}$, odnosno vrednost $\psi_n = n \cdot a$ kada je zbir manji od ovoga praga.



Ako sa Δa obeležimo rastojanje ulaznog signala $y(t) = \text{const} = na + |\Delta a|$ od najbližeg kvantnog nivoa onda je srednja vrednost promenljive Ψ iznosi

$$\overline{\Psi} = \Psi_{n+1} \cdot P(\psi_{n+1}) + \Psi_n \cdot P(\psi_n) = (n+1)a \cdot \frac{|\Delta a|}{a} + na \cdot \frac{a - |\Delta a|}{a} = na + |\Delta a| = y. \quad (3)$$

Dakle, srednja vrednost (matematičko očekivanje) izlaza iz kvantizera na čijem ulazu je diterovan jednosmerni napon y je upravo jednaka merenoj vrednosti. Greška kvantizacije se izgubila.

Primitimo da funkcija $y = c$ nije monotona i nema inverznu funkciju, koja je neophodna za dobijanje funkcije gustine verovatnoće, što bi omogućilo direktnu primenu centralne granične teoreme u cilju procene merne nesigurnosti.

Označimo $\Psi_i - \bar{\Psi} = e_i$, ($i = n, n+1$). Tada je varijansa (srednja kvadratna greška ili standardna devijacija) slučajne promenljive Ψ (izlaza fleš A/D konvertora):

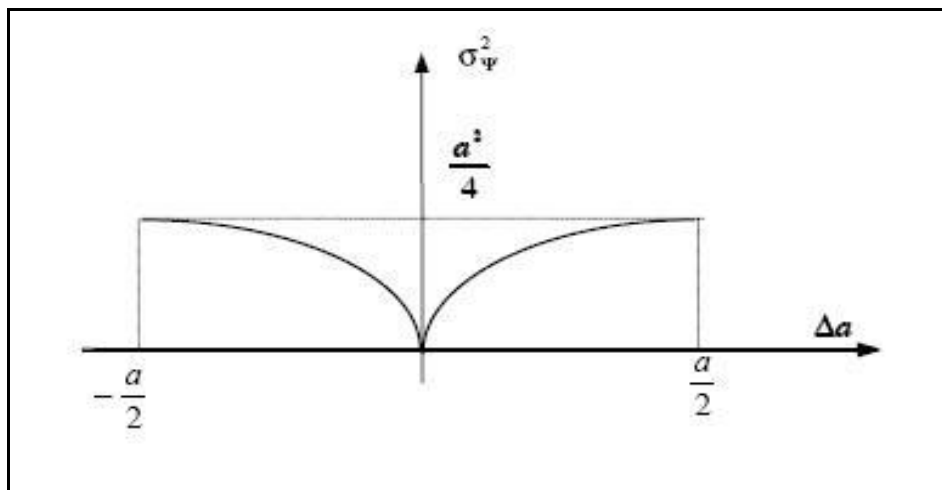
$$\begin{aligned} \overline{e^2} &= \sigma_\Psi^2 = (\Psi_{n+1} - \overline{\Psi})^2 \cdot P(\psi_{n+1}) + (\Psi_n - \overline{\Psi})^2 \cdot P(\psi_n) \\ \sigma_\Psi^2 &= (a - |\Delta a|)^2 \cdot \frac{|\Delta a|}{a} + |\Delta a|^2 \cdot \frac{a - |\Delta a|}{a} = (a - |\Delta a|) \cdot |\Delta a|. \end{aligned} \quad (4)$$

Ovo pokazuje koliko je daleko od sredine svaki rezultat merenja (definisano kao greška).

Može se videti da je za svaki $|y| \leq R$ varijansa $\sigma_\Psi^2 \leq \frac{a^2}{4}$, tj.

$$\begin{aligned}\sigma_\Psi^2 &= \overline{e^2} = \overline{(\Psi - \overline{\Psi})^2} = \overline{\Psi^2} - 2\overline{\Psi\overline{\Psi}} + \overline{\overline{\Psi}^2} = \overline{\Psi^2} - 2\overline{\Psi}\overline{\Psi} + \overline{\Psi}^2 = \overline{\Psi^2} - \overline{\Psi}^2 \\ \sigma_\Psi^2 &= \overline{\Psi^2} - y^2 \leq \frac{a^2}{4} \Rightarrow \overline{\Psi^2} \leq y^2 + \frac{a^2}{4}\end{aligned}\quad (5)$$

Ovo je veoma važna karakteristika gore opisanog mernog procesa. U ovom slučaju ulazni signal y više nije konstantan, nego ima opseg vrednosti. Na slici 13 je prikazana zavisnost σ_Ψ^2 od Δa (rastojanja y od najbližeg kvantnog nivoa), gde se vidi da je greška najveća kada je $|\Delta a| = \frac{a}{2}$ (kada se mereni napon poklapa sa pragom odlučivanja), a najmanja (jednaka nuli) kada se mereni napon poklapa sa kvantnim nivoom.



Slika 13. Zavisnost varijanse izlaza ADC od rastojanja do najbližeg kvantnog nivoa [16]

Kako Z (broj pozitivnih nivoa kvantizacije) nije naveden, sve gornje važi i za $Z = 1$, pa (2) postaje

$$|y| \leq R, \quad R = a = 2g, \quad (6)$$

odnosno $|y + h| \leq 3g$. Pogledajmo na slici 14 kako izgleda uređaj za merenje srednje vrednosti signala.

Moguće vrednosti za Ψ su $\Psi \in \{-2g, 0, 2g\}$, a analitički izraz za Ψ je

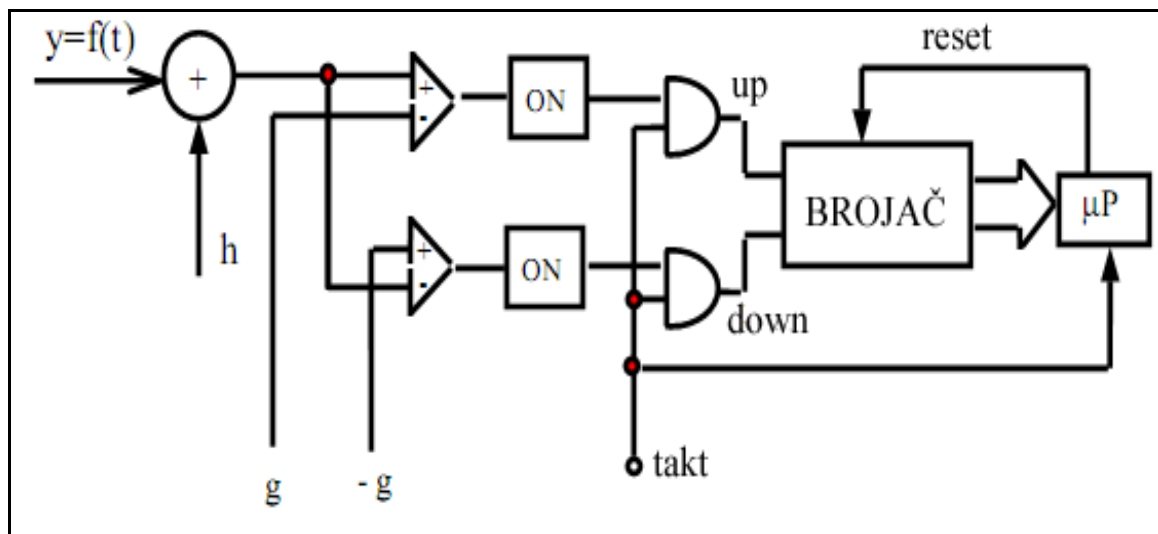
$$\Psi = 2g \cdot (b_1 - b_{-1}), \quad (7)$$

gde je $b_1, b_{-1} \in \{0, 1\}$ i $b_1 \cdot b_{-1} = 0$, odnosno nikada nije moguće da b_1 i b_{-1} istovremeno uzmu vrednost 1. To bi značilo da je istovremeno $y \geq 0$ i $y \leq 0$, što je nemoguće (za bilo koji ulazni signal $y \neq 0$).

Brojač sa slike 14 radi kao akumulator koji akumulira sabirke $(b_{1i} - b_{-1i})$, tako da na kraju intervala merenja na svom izlazu daje vrednost $\sum_{i=1}^N (b_{1i} - b_{-1i})$.

Mikroprocesor pomoću signala takta prebrojava odmerke i na kraju intervala merenja uzima izlaz brojača, množi ga sa $2g$ i deli sa N , pa na kraju dobija vrednost $\bar{\Psi}$,

$$\frac{2g}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (b_{1i} - b_{-1i}) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N 2g \cdot (b_{1i} - b_{-1i}) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \Psi_i = \bar{\Psi} = y. \quad (8)$$



Slika 14. Dijagram realizacije SAADK-IG uređaja za merenje srednje vrednosti signala [16]

Gornji izraz važi kada frekvencija uzorkovanja teži beskonačnosti i ako su registri beskonačne dužine. Ovaj odnos važi i ako je frekvencija uzorkovanja konačna, a vreme merenja beskonačno dugo. Ključno pitanje je kolika je razlika između $\bar{\Psi}$ i y ako su i frekvencija uzorkovanja i interval merenja konačni. Odgovor na ovo pitanje daje sledeće poglavlje.

3.2.3. Merenje srednje vrednosti u opštem slučaju ograničene funkcije na konačnom intervalu

Neka je $x = \varphi(t)$ ograničena integrabilna funkcija na konačnom intervalu $t \in [t_1, t_2]$.

Ako je t deterministička promenljiva, njena srednja vrednost na intervalu se svodi na

definiciju: $\bar{x} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t) dt$ [13].

Ako je t slučajna (stohastička) promenljiva uniformne raspodele čija je funkcija gustine verovatnoće data kao

$$p(t) = \frac{1}{t_2 - t_1}, \quad (9)$$

tada je i x slučajna promenljiva i to zavisna od t . U opštem slučaju važi da je

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx \quad (10)$$

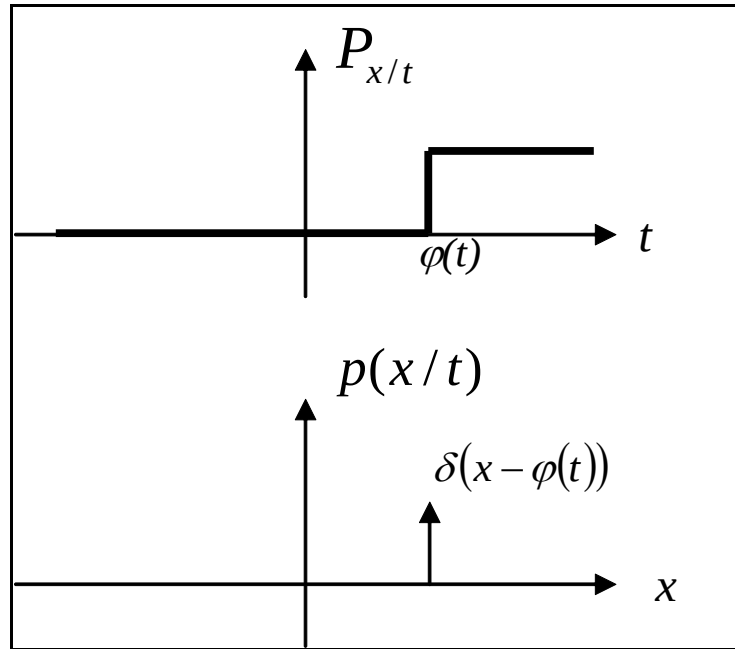
gde je $p(x)$ funkcija gustine raspodele verovatnoće slučajne veličine x , a $dP_x = p(x) \cdot dx$ elementarna verovatnoća [14]. Tada diferencijal funkcije raspodele verovatnoće slučajne veličine x , možemo zapisati, kao

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot dP_x. \quad (11)$$

Kako je x zavisno od t , uvedimo formulu uslovne verovatnoće, pa imamo da važi

$$dP_x = dP_{x/t} \cdot dP_t = p(x/t) \cdot p(t) \cdot dx \cdot dt. \quad (12)$$

Šta predstavlja $p(x/t) = \frac{\partial P(x/t)}{\partial t}$ prikazano je na slici 15.



Slika 15. Ilustracija događaja $x = \varphi(t)$ kada se desi t [16]

Tu vidimo da je $p(x/t) = \delta(x - \varphi(t))$ u stvari Dirakova delta funkcija u trenutku t .

Simbolički integral $\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot dP_x$ postaje u stvari

$$\bar{x} = \int_{t_1}^{t_2} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \delta[x - \varphi(t)] \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot dx \cdot dt. \quad (13)$$

Ako ovaj integral postoji, redosled integracije je irelevantan, pa je

$$\bar{x} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \delta(x - \varphi(t)) \cdot dx = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t) dt \quad (14)$$

Ovaj izraz uvodi interval merenja (okolinu tačke „ t “), a ne tačku, kao pojam bitan za mereni rezultat. Uočimo da je trenutak u kome se merenje vrši slučajna promenljiva uniformne raspodele na datom intervalu.

Neka je $y = f(t)$ ograničena integrabilna funkcija i h uniformni slučajan signal, koji zadovoljava uslov (1). Pogledajmo čemu je jednaka srednja vrednost izlaza fleš A/D konvertora $\bar{\Psi}$ sa slike 10. Ako tretiramo vreme kao slučajnu promenljivu, Ψ je slučajna

promenljiva koja zavisi od y i h , dok y takođe zavisi od t , pa možemo zapisati simbolički integral kao

$$\overline{\Psi} = \int_{-R_1}^R \psi dP_{\Psi} . \quad (15)$$

Elementarna verovatnoća da se Ψ desi je,

$$dP_{\Psi} = dP_y \cdot dP_h = dP_{y/t} \cdot dP_t \cdot dP_h , \quad (16)$$

a uz $dP_{\Psi} = \delta(y - f(t)) \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{1}{2g} \cdot dy \cdot dt \cdot dh$ simbolički integral postaje

$$\overline{\Psi} = \int_{-R_1}^{+R_2} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \Psi \cdot \delta(y - f(t)) \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{1}{a} \cdot dy \cdot dt \cdot dh . \quad (17)$$

Ako ovaj integral postoji, redosled integracije je irelevantan, pa je

$$\overline{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-R}^R \delta(y - f(t)) \cdot dy \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \Psi \cdot \frac{dh}{2g} . \quad (18)$$

Zbog $\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \Psi \frac{dh}{2g} = y$, dobijamo

$$\overline{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-R}^R y \cdot \delta(y - f(t)) dy . \quad (19)$$

Konačno dolazimo do jednačine

$$\overline{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = \bar{y} , \quad (20)$$

koja pokazuje da uređaj prikazan na slici 14, meri srednju vrednost signala na intervalu (i predstavlja rezultat merenja).

Pogledajmo čemu je jednaka greška tog merenja. Neka je $Z=1$, a standardna devijacija (srednja kvadratna greška) e , pojedinačnog merenja y , je $e = \psi - y$ [15].

Razmotrimo prvo karakteristike greške e :

(i) e je slučajna promenljiva, jer je Ψ slučajan, a y deterministički;

(ii) y i e su, na osnovu (i), međusobno nekorelisane veličine;

(iii) $\bar{e} = 0$ koji sledi iz (20) i (i), jer je $\bar{e} = \bar{\Psi} - \bar{y} = 0$;

(iv) $\Psi = y + e$ samim tim i na osnovu (i) i (ii), dobijamo

$$\sigma_e^2 = \sigma_\Psi^2 - \sigma_y^2 \text{ tj. } \sigma_\Psi^2 = \sigma_y^2 + \sigma_e^2.$$

Odredimo prvo σ_Ψ^2 :

$$\sigma_\Psi^2 = \overline{(\Psi - \bar{\Psi})^2} = \bar{\Psi}^2 - 2\bar{\Psi}\bar{\Psi} + \bar{\Psi}^2 = \bar{\Psi}^2 - \bar{\Psi}^2 = \bar{\Psi}^2 - \bar{y}^2. \quad (21)$$

Analogno tome je

$$\Psi^2 = \int_{-R}^R \Psi^2 \cdot dP_\Psi = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-R}^R \delta(y - f(t)) \cdot dy \int_{-g}^{+g} \Psi^2 \cdot \frac{dh}{2g}. \quad (22)$$

Ako je $\Psi = 2g(b_1 - b_{-1})$, matematičkom indukcijom se lako dokazuje da je

$$\Psi^l = [\text{sgn}(\Psi)]^l \cdot |\Psi| \cdot (2g)^{l-1}, \quad (23)$$

gde je $\text{sgn}(\Psi)$ znak slučajne promenljive Ψ , a l je prirodan broj.

Na osnovu gornje relacije je: $\Psi^2 = |\Psi| \cdot 2g$, dobijamo:

$$\bar{\Psi}^2 = \frac{2g}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| dt. \quad (24)$$

Iz svega ovoga sledi

$$\sigma_\Psi^2 = \frac{2g}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \right]^2. \quad (25)$$

Odredimo dalje σ_y^2 . Ako je t slučajna promenljiva uniformne raspodele $p(t) = \frac{1}{t_2 - t_1}$,

onda je y takođe slučajna promenljiva, pa je

$$\sigma_y^2 = \bar{y}^2 - \bar{y}^2, \quad (26)$$

tj.

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \right]^2. \quad (27)$$

Na kraju dobijamo $\sigma_e^2 = \sigma_\Psi^2 - \sigma_y^2 = \frac{2g}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| dt - \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) dt$. Ovaj rezultat pokazuje kako varira greška merenja.

Veličina e je slučajna, i $\bar{e} = 0$, a iz toga sledi

$$\sigma_e^2 = \bar{e}^2 = \frac{2g}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| dt - \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) dt. \quad (28)$$

Dovoljan uslov za važenje izložene teorije, kao i centralne granične teoreme jeste da je bilo koji treći momenat, uključujući i treći centralni momenat, ograničen

$$\bar{e}^3 = \overline{(e - \bar{e})^3} = M_3 \leq K. \quad (29)$$

Treći centralni momenat M_3 , dobijamo kao

$$\begin{aligned} M_3 = \bar{e}^3 &= \overline{(\Psi - \bar{y})^3} = \bar{\Psi}^3 - 3\bar{\Psi}^2\bar{y} + 3\bar{\Psi}\bar{y}^2 - \bar{y}^3 = \bar{\Psi}^3 - 3\bar{y}\sigma_\Psi^2 - \bar{y}^3 \\ M_3 = \bar{\Psi}^3 - \bar{y} \cdot (3\sigma_\Psi^2 + \bar{y}^2) &\Rightarrow M_3 \leq |\bar{\Psi}^3| + |\bar{y}| \cdot (3\sigma_\Psi^2 + \bar{y}^2). \end{aligned} \quad (30)$$

Lako je приметiti da je $|\bar{y}| \leq R$ i $\sigma_\Psi^2 \leq R^2$, samo je nepoznato $|\bar{\Psi}^3|$.

Na osnovu (23) je

$$\begin{aligned} \Psi^3 &= (2g)^2 [\text{sgn}(\Psi)]^3 \cdot |\Psi| = (2g)^2 \cdot \Psi \\ \bar{\Psi}^3 &= (2g)^2 \cdot \bar{\Psi} = (2g)^2 \cdot \bar{y} \leq (2g)^2 \cdot R = R^3, \end{aligned} \quad (31)$$

pa za $Z = 1$, iz čega sledi da je $R = 2g = a$, dobijamo

$$M_3 \leq R^3 + 4R^3 = 5R^3 = 5 \cdot (2g)^3 = 40g^3. \quad (32)$$

Zbog toga je na grešku pojedinačnog merenja moguće primeniti centralnu graničnu teoremu i statističku teoriju uzoraka pa je

$$\bar{\Psi} = \bar{y} + \bar{e}. \quad (33)$$

Pokazali smo da je $\bar{\Psi} = \bar{y}$, pa je $\bar{e} = 0$. Takođe važi i

$$\sigma_{\Psi}^2 = \sigma_y^2 + \sigma_e^2. \quad (34)$$

Kako je y deterministička promenljiva i veličina koja karakteriše signal, ona ne predstavlja grešku nego samo σ_e^2 . Prema tome, greška merenja je $\sigma_e = \sqrt{\frac{\sigma_e^2}{N}} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{N}}$ (*).

Pitanje je: "Koji je minimalan broj ravnomerno uzetih uzoraka neophodan da gornja procena važi"? Pogledajmo sa druge strane: "Koji je minimalan broj uzoraka na intervalu $t \in [t_1, t_2]$ neophodan, tako da diskretan skup uzoraka predstavlja funkciju $y = f(t)$ ".

Potreban uslov da bi važila procena (*) greške merenja srednje vrednosti (integrala) funkcije $y = f(t)$ na intervalu $t \in [t_1, t_2]$ dat uređajem sa slike 14, je broj N definisan Nikvistovim uslovom.

Pretpostavimo da imamo kontinualan signal (funkciju) koju možemo predstaviti trigonometrijskim polinomom n -tog stepena. Ukoliko signal nije periodičan možemo ga predstaviti kao periodičan signal sa prekidom prve vrste.

Pretpostavimo da uslov nije potreban i da signal možemo rekonstruisati kao $y = A_n \cdot \cos(n\omega t) + B_n \cdot \sin(n\omega t)$ odnosno da možemo zanemariti sve članove nižeg reda od n .

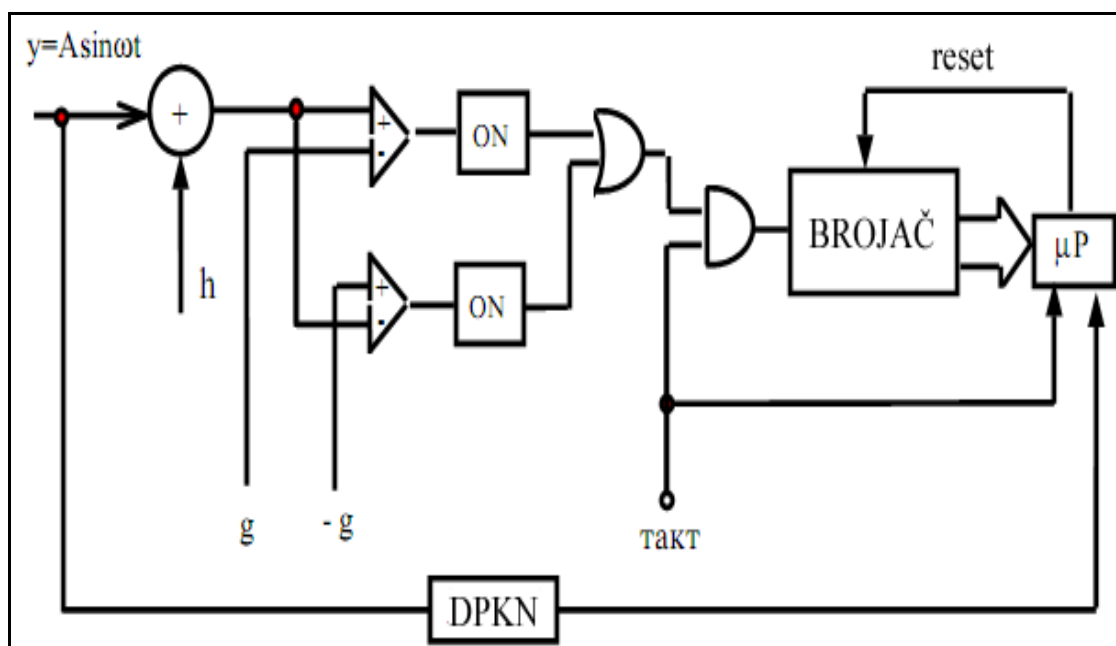
Uzmimo tada da je $f_s = n \cdot f$ i da je $t_2 - t_1 = L \cdot \frac{1}{f} = \frac{L}{f}$, gde je L velik ceo broj, pa je onda (zbog $k = \{1, 2, \dots, n\}$), Ln vrlo velik ceo broj, a $n \cdot f$ je najviša učestanost u signalu (gornja granica frekvencijskog opsega).

Izvršimo rekonstrukciju na ovaj način dobijenog signala. Ako sa E označimo amplitudu n -tog (jedinog) harmonika, očigledno je da srednja vrednost kvadrata ovog signala može poprimiti sve vrednosti $\overline{y^2} \leq E^2$ (što nije jednoznačno i zavisi od početnog trenutka semplovanja). Pošto znamo da treba da dobijemo konstantnu vrednost $\overline{y^2} = \frac{E^2}{2}$, očigledno je da smo dobili kontradikciju.

3.2.4. Merenje amplitude prostoperiodičnog signala

Pošto je realno veoma mali broj signala koje merimo konstantne vrednosti, postavlja se pitanje kako prilagoditi uređaj (proširiti mu funkcionalnost) i na prostoperiodični režim. Ako bi uređajem iz prethodnog poglavlja želeli meriti srednju vrednost prostoperiodičnog signala $y(t) = A \cdot \sin \omega t$, tada će izmerena vrednost (u celom broju perioda) uvek biti 0 (jer je srednja vrednost sinusnog ili kosinusnog signala u celom broju perioda jednaka 0).

Da bi se ideja o stohastičkoj adicionoj konverziji proširila i na prostoperiodični režim, neophodno je uvesti modifikacije u strukturi uređaja prikazanog u prethodnom poglavlju ubacivanjem jednog „ili“ kola i korišćenjem samo *up* ulaza brojača. Time se dobija „dvostrano ispravljanje“, dok informaciju o celom broju perioda procesor dobija od uređaja koji registruje prolazak kroz nulu (DPKN).



Slika 16. Dijagram realizacije SAADK-1G uređaja za merenje prostoperiodičnih signala [19]

Moguće vrednosti za Ψ su $\Psi \in \{0, 1\} \equiv \{0, 2g\}$, pa će izlaz konvertora biti

$$|\overline{\Psi}| = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| dt, \text{ a pripadajuća greška merenja}$$

$$\sigma_{|\Psi|}^2 = \frac{\frac{2g}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| dt \right]^2}{N}. \quad (35)$$

Za prostoperiodičan signal $y(t) = A \cdot \sin \omega t$ na izlazu konvertora se dobija

$$|\overline{\Psi}| = \frac{1}{T} \int_0^T |A \cdot \sin \omega t| dt = \frac{A}{T} \cdot \frac{T}{2\pi} \cdot (1+1) = \frac{2A}{\pi}. \quad (36)$$

Za svaki pojedinačan odmerak, analitički izraz za Ψ je $\Psi_i = 2g \cdot (b_{1i} - b_{-1i})$. Brojač sa slike 16 ponovo radi kao akumulator, ali sada akumulira sabirke $|b_{1i} - b_{-1i}|$, tako da na kraju intervala merenja na svom izlazu daje vrednost $\sum_{i=1}^N |b_{1i} - b_{-1i}|$.

Mikroprocesor pomoću signala takta prebrojava odmerke i na kraju intervala merenja uzima izlaz brojača, množi ga sa $2g$ i deli sa N , pa na kraju dobija vrednost $|\overline{\Psi}|$, datu sledećoj jednačini

$$\frac{2g}{N} \cdot \sum_{i=1}^N |b_{1i} - b_{-1i}| = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N 2g \cdot |b_{1i} - b_{-1i}| = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N |\Psi_i| = |\overline{\Psi}| = |\overline{y}|. \quad (37)$$

3.2.5. Merenje efektivne vrednosti

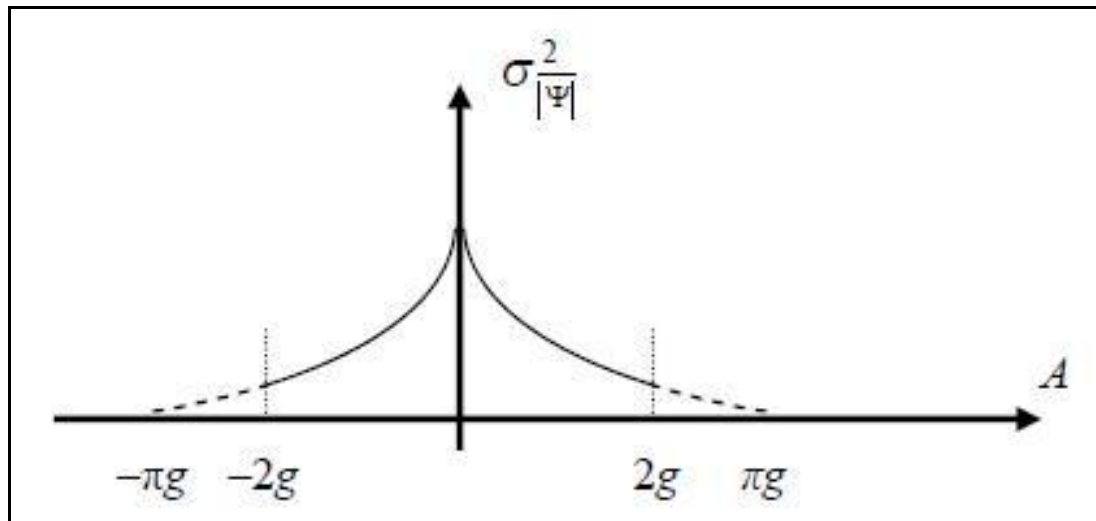
Merenje efektivne vrednosti prostoperiodičnog signala

Sa druge strane, za merenje efektivne vrednosti prostoperiodičnog signala, možemo koristiti modifikovani SAADK-1G opisan u poglavlju 3.2.2. U tom slučaju, za prostoperiodičan signal $y(t) = A \cdot \sin \omega t$ preciznost merenja je data formulom

$$\sigma_{|\Psi|}^2 = \frac{2g \cdot \frac{2A}{\pi} - \frac{4A^2}{\pi^2}}{N} = \frac{4A}{\pi^2 N} (g\pi - A). \quad (38)$$

Odavde vidimo da je na kvantnim nivoima ($A = \pm 2g, 0$), greška različita od nule, a zbog uslova koji mora ispuniti ulazni signal $A \leq 2g$, varijansa pojedinačnog odmerka je uvek različita od nule.

Grafik varijanse izlazne veličine (koja je istovremeno i apsolutna greška merenja) u zavisnosti od rastojanja do najbližeg kvantnog nivoa AD konvertora, prikazan je na slici 17.



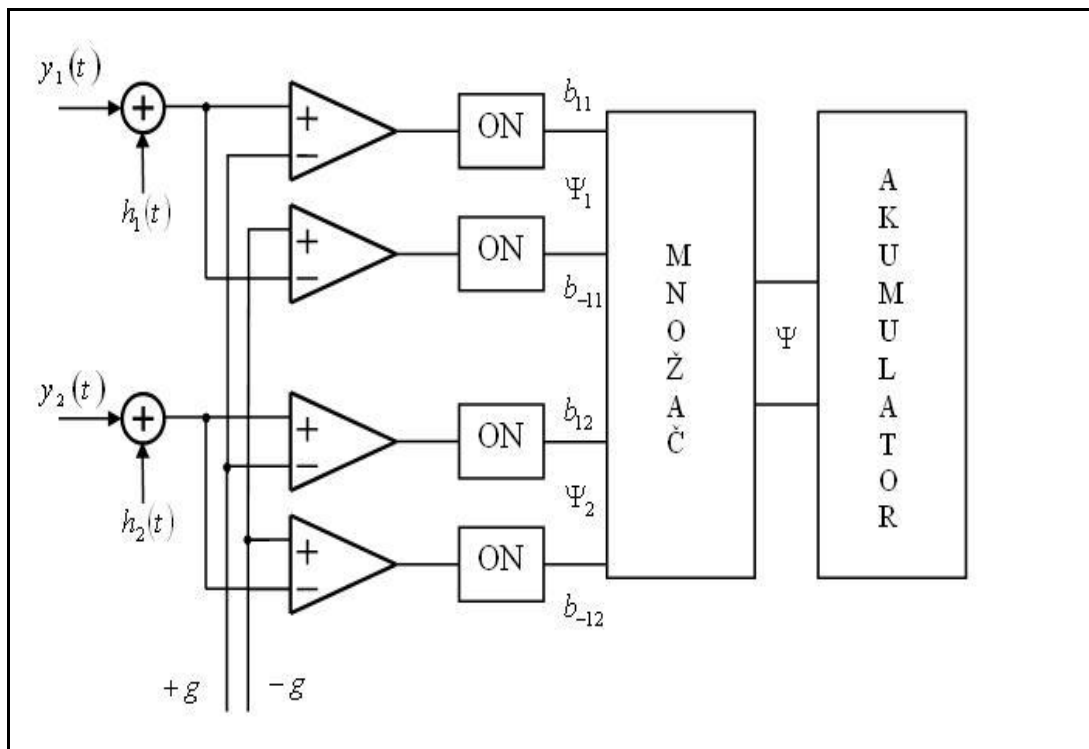
Slika 17. Grafik greške modifikovanog SAADK-1G u prostoperiodičnom režimu [19]

Merenje efektivne vrednosti složenoperiodičnog signala

Uređajem iz prethodnog poglavlja ne može se meriti efektivna vrednost složenoperiodičnog signala. Da bi SAADK mogao meriti efektivnu vrednost signala u složenoperiodičnom režimu, potrebno je u uređaj ugraditi još jedan generator slučajnog napona [16].

Zapravo, prema teoremi Bernštajna, sledi da će ovakav uređaj moći meriti efektivnu vrednost signala proizvoljnog oblika, pod uslovom da je on neprekidan u datom intervalu merenja (t_1, t_2) [17].

Za ovo merenje, na ulaze se dovodi isti kondicionirani signal $y_1(t) = y_2(t) = u(t)$, čija se efektivna vrednost računa po formuli $U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$, i koristi se uređaj nazvan stohastički adicioni A/D konvertor sa dva generatora ditera (SAADK-2G) prikazan na slici 18.



Slika 18. Blok šema SAADK-2G za merenje efektivne vrednosti [19]

3.2.6. Merenje snage

Za merenje aktivne snage takođe se koristi uređaj SAADK-2G prikazan na slici 18 u prethodnom poglavlju, sa tom razlikom da se na jedan ulaz dovodi kondicionirani naponski signal $y_1(t) = u(t)$, a na drugi kondicionirani strujni signal $y_2(t) = i(t)$, tako

da se merenje snage računa po formuli $P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$ [18].

Teoretska razmatranja su veoma slična, pa ćemo ih provesti samo za merenje snage, a merenje efektivne vrednosti samo iskomentarisati na kraju kao specijalan slučaj.

Pretpostavimo da imamo dva fleš A/D konvertora na slici 18, sa ulazom $y_1 = f_1(t)$ i pripadajućim slučajnim signalom h_1 , odnosno ulazom $y_2 = f_2(t)$ i pripadajućim slučajnim signalom h_2 , te odgovarajućim izlazima iz fleš A/D konvertora Ψ_1 i Ψ_2 , respektivno. Poznati uslov da ulazni signal $y_1 = f_1(t)$ i deterski signal h_1 , odnosno $y_2 = f_2(t)$ i h_2 , respektivno, moraju biti nekorelisani. Ovo se proširuje i dodatnim uslovom međusobne nekorelisanosti deterskih signala h_1 i h_2 . Ako uvedemo te izlaze u množač, kao što je prikazano na slici 18, izlaz množača $\Psi = \Psi_1 \cdot \Psi_2$ može da uzme vrednosti $\Psi \in \{-(2g)^2, 0, +(2g)^2\}$.

Pogledajmo čemu je jednak izlaz srednje vrednosti množača $\overline{\Psi}$.

Posmatrajmo simbolički integral

$$\overline{\Psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi dP_{\Psi}, \quad (39)$$

gde je Ψ slučajna promenljiva koja zavisi od y i h , dok y takođe zavisi od t .

Elementarna verovatnoća da se Ψ desi (totalni diferencijal) je:

$$dP_{\Psi} = dP_{y_1} \cdot dP_{y_2} \cdot dP_{h_1} \cdot dP_{h_2} = dP_{y_1/t} \cdot dP_{y_2/t} \cdot dP_t \cdot dP_{h_1} \cdot dP_{h_2}. \quad (40)$$

Uzimajući u obzir da je,

$$\Psi = \Psi_1 \cdot \Psi_2, \quad dP_{y_1/t} = \delta[y_1 - f_1(t)] \cdot dy_1, \quad dP_{y_2/t} = \delta[y_2 - f_2(t)] \cdot dy_2$$

$$dP_t = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot dt, \quad dP_{h_1} = \frac{1}{2g} \cdot dh_1, \quad dP_{h_2} = \frac{1}{2g} \cdot dh_2,$$

dobijamo da je

$$dP_\Psi = \delta[y_1 - f_1(t)] \cdot \delta[y_2 - f_2(t)] \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{1}{(2g)^2} \cdot dy_1 \cdot dy_2 \cdot dt \cdot dh_1 \cdot dh_2. \quad (41)$$

Iz toga sledi da je matematičko očekivanje (srednja vrednost) veličine $\bar{\Psi}$ definisano kao

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-2g}^{+2g} \delta[y_1 - f_1(t)] dy_1 \int_{-2g}^{+2g} \delta[y_2 - f_2(t)] dy_2 \int_{-g}^{+g} \Psi_1 \frac{dh_1}{2g} \int_{-g}^{+g} \Psi_2 \frac{dh_2}{2g}. \quad (42)$$

U datom trenutku, signal je konstanta: $t = \text{const} \Rightarrow y_i = \text{const}$, pa dobijamo da je

$$\int_{-g}^{+g} \Psi_i \cdot \frac{dh_i}{2g} = y_i, \quad i = 1, 2. \quad (43)$$

Otuda imamo izraz za srednju vrednost veličine $\bar{\Psi}$

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-2g}^{+2g} \delta[y_1 - f_1(t)] \cdot y_1 \cdot dy_1 \int_{-2g}^{+2g} \delta[y_2 - f_2(t)] \cdot y_2 \cdot dy_2, \quad (44)$$

tj. merena snaga signala iznosi

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot dt = \overline{y_1 \cdot y_2}. \quad (45)$$

Odatle se vidi, da se kao rezultat merenja dobija srednja vrednost integrala proizvoda dva analogna signala, tj. da SAADK-2G konvertor jeste namenski konvertor za merenje ovakvih vrednosti.

Ako na ulaze dovedemo isti signal $f_1(t) = f_2(t) = u(t)$ i izračunamo kvadratni koren iz dobijene srednje vrednosti kvadrata ulaznog signala, dobićemo efektivnu vrednost ulaznog signala $u(t)$, datu jednačinom

$$\bar{\Psi} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} u^2(t) \cdot dt}. \quad (46)$$

Ako je $\Psi = y_1 \cdot y_2 + e$, trenutna vrednost izlaza množača, gde je e greška merenja proizvoda signala, pogledajmo onda kolika je varijansa greške e .

Analogno sa razmatranjem provedenim za SAADK-1G, za SAADK-2G imamo da za $e = \Psi - y_1 \cdot y_2$ važe sledeći uslovi:

- (i) e je slučajna promenljiva;
- (ii) Ψ i $y_1 \cdot y_2$ su međusobno nekorelisane promenljive;
- (iii) $\bar{e} = \Psi - \overline{y_1 \cdot y_2} = 0$;
- (iv) $\Psi = y_1 \cdot y_2 + e$, pa je $\sigma_\Psi^2 = \sigma_{y_1 y_2}^2 - \sigma_e^2$ t.j. $\sigma_e^2 = \sigma_\Psi^2 - \sigma_{y_1 y_2}^2$.

Varijansa proizvoda je

$$\sigma_\Psi^2 = \overline{(\Psi - \bar{\Psi})^2} = \bar{\Psi}^2 - 2\bar{\Psi}\bar{\Psi} + \bar{\Psi}^2 = \bar{\Psi}^2 - \bar{\Psi}^2 = \bar{\Psi}^2 - \overline{y_1 \cdot y_2}^2. \quad (47)$$

Kako smo $\overline{y_1 \cdot y_2}$ izračunali, treba da se odredi samo $\bar{\Psi}^2$. Dobijamo

$$\bar{\Psi}^2 = \overline{\Psi_1^2 \cdot \Psi_2^2}, \quad (48)$$

i

$$\Psi_i^2 = (2g) \cdot |\Psi_i|, \quad i = 1, 2, \quad (49)$$

pa iz toga sledi

$$\bar{\Psi}^2 = \overline{(2g)^2 \cdot |\Psi_1 \cdot \Psi_2|}. \quad (50)$$

Analogno tome je

$$|\overline{\Psi_1 \cdot \Psi_2}| = \overline{|y_1 \cdot y_2|} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t) \cdot f_2(t)| dt, \quad (51)$$

odakle je $\sigma_\Psi^2 = \bar{\Psi}^2 - \overline{y_1 \cdot y_2}^2$, odnosno

$$\sigma_\Psi^2 = \frac{(2g)^2}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t) \cdot f_2(t)| dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) dt \right]^2. \quad (52)$$

Sa druge strane, znamo da je:

$$\sigma_{y_1 y_2}^2 = \overline{(y_1 \cdot y_2)^2} - \overline{y_1 \cdot y_2}^2 \quad (53)$$

tj.

$$\sigma_{y_1 y_2}^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) dt \right]^2. \quad (54)$$

Pa konačno dobijamo

$$\sigma_e^2 = \frac{(2g)^2}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t) \cdot f_2(t)| dt - \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) dt. \quad (55)$$

Ovim pokazujemo kako greška varira kada se koristi stohastički metod za merenje snage signala.

Pokažimo, analogno, da je treći centralni momenat M_3 greške merenja e izlaza množača ograničen ($M_3 \leq K$, gde je K realan pozitivan konačan broj).

$$\begin{aligned} M_3 &= \overline{(e - \bar{e})^3} = \overline{e^3} = \overline{(\Psi - y_1 \cdot y_2)^3} \\ M_3 &= \overline{\Psi^3} - 3 \cdot \overline{\Psi^2} \cdot \overline{y_1 \cdot y_2} + 3 \cdot \overline{\Psi} \cdot \overline{y_1 \cdot y_2}^2 - \overline{y_1 \cdot y_2}^3 \\ M_3 &\leq |\overline{\Psi^3}| + 3 \cdot |\overline{\Psi^2}| \cdot |\overline{y_1 \cdot y_2}| + 3 \cdot |\overline{\Psi}| \cdot \overline{y_1 \cdot y_2}^2 + |\overline{y_1 \cdot y_2}|^3 \end{aligned} \quad (56)$$

U gore navedenom odnosu poznate su sve vrednosti osim $|\overline{\Psi^3}|$. Kako je

$$\begin{aligned} |\overline{\Psi^3}| &= 3 \cdot |\overline{\Psi_1^3 \cdot \Psi_2^3}| = \overline{(2g)^2 \Psi_1 \cdot (2g)^2 \Psi_2} = (2g)^4 \overline{\Psi_1 \cdot \Psi_2} \\ |\overline{\Psi^3}| &= (2g)^4 \overline{y_1 \cdot y_2} \end{aligned}, \quad (57)$$

sledi $M_3 \leq (2g)^6 + 3 \cdot (2g)^6 + 3 \cdot (2g)^6 + (2g)^6 = 8 \cdot (2g)^6$.

Posledica ovoga je da i centralna granična teorema i teorija uzoraka, važe za veličinu e , pa je za diskretna merenja

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{N}, \quad (58)$$

gde je N broj uzoraka u vremenskom intervalu $T = t_2 - t_1$.

Ova procena je tačna ako diskretni skupovi uzoraka $\Psi_1 \in \{\Psi_1(1), \Psi_1(2), \dots, \Psi_1(N)\}$ i $\Psi_2 \in \{\Psi_2(1), \Psi_2(2), \dots, \Psi_2(N)\}$, mogu da predstavljaju funkcije $y_1 = f_1(t)$ i $y_2 = f_2(t)$. To znači da je zadovoljena teorema uzorkovanja, odnosno Nikvistovi uslovi u pogledu uniformnog uzorkovanja signala y_1 i y_2 .

Izloženo se može generalizovati za proizvod M signala, i u tom slučaju dobijamo

$$\overline{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_M(t) \cdot dt, \quad (59)$$

i

$$\sigma_e^2 = \frac{(2g)^M}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t) f_2(t) \cdot \dots \cdot f_M(t)| \cdot dt - \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) f_2^2(t) \cdot \dots \cdot f_M^2(t) \cdot dt, \quad (60)$$

odnosno

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{N}. \quad (61)$$

U digitalnom merenju, srednja merena vrednost je

$$\overline{\Psi} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \Psi_1(i) \cdot \Psi_2(i) \cdot \dots \cdot \Psi_M(i). \quad (62)$$

Opšti slučaj za određivanje merne nesigurnosti izraza (62) dobija se generalizacijom **[19]**.

3.3. KARAKTERISTIKE

Glavna prednost ovog instrumenta je jednostavan hardver i jednostavna implementacija paralelnih merenja. Ova ideja je veoma pogodna za primenu u višekanalnim merenjima efektivne vrednosti, snage i energije. Zbog svoje jednostavnosti, integracija višekanalnog instrumenta u jedno integrisano kolo je vrlo jednostavna. Uz pomoć lako dostupnog i jeftinog mikroprocesora može se realizovati instrument, koji je superioran u pogledu brzine i rezolucije, a konkurentan u pogledu tačnosti sa standardnim digitalnim uređajima mnogo veće kompleksnosti i cene. Neke od mogućnosti za upotrebu instrumenta VMP-20 su nabrojane u nastavku:

- Ekspertiza potrošnje monofaznih potrošača;
- Ekspertiza potrošnje trofaznih potrošača bez nultog voda (u ovom slučaju se koriste dva instrumenta VMP-20 vezana u Aronov spoj);
- Ekspertiza trofaznih potrošača sa nultim vodom (koriste se tri instrumenta VMP-20);
- S obzirom da instrument meri izobličene talasne oblike, on može da služi za kontrolu gore navedenih parametara nelinearnih potrošača kao što su PWM invertori, razni tiristorski regulatori i drugi nelinearni potrošači, koji se sreću u regulisanim elektromotornim pogonima (u valjaonicama čelika, lokomotivama na električni pogon, elektromobilima, itd.);
- Dalja primena je u kontroli kvaliteta remontovanih ili novih transformatora, indukcionih motora, prigušnica, itd.;
- S obzirom na tačnost instrumenta, 0,1% od domašaja + 0,1% od očitane vrednosti, on može da se koristi za kontrolu brojila u elektrodistributivnoj mreži;
- Može da se koristi za pogonska merenja kod velikih potrošača snage i energije (ispitan je u trafo stanicama 110kV i 400kV i pokazao je potpunu pouzdanost i potvrdio je definisane performanse);
- Instrument može da se koristi za on-line monitoring svih gore navedenih veličina u svrhu upravljanja potrošnjom snage ili energije, odnosno ograničenja ili samo konstatovanja nekih iz skupa gore nabrojanih veličina.

4. CILJ ISTRAŽIVANJA I NAČIN PRIKUPLJANJA PODATAKA

Cilj istraživanja je da se proverí da li kvalitet električne energije na određenoj lokaciji zadovoljava Evropsku normu EN 50160. Merenje je vršeno u periodu od nedelju dana, jer tako norma nalaže. Ono je obavljeno u Somboru na tačno određenoj lokaciji, sa mernim instrumentom VMP-20. Započeto je 03.06.2013, a završeno nedelju dana kasnije. Merene su vrednosti napona i frekvencije, na tačno 1 sekundu razmaka, a zatim su rezultati smestani u bazu podataka, da bi se kasnije prikupljeni podaci analizirali i statistički obradili.

Prikupljeni su podaci podeljeni na podgrupe, odnosno stratume, a to su bili dani u nedelji. Iz tih podgrupa je izvučen prost slučajan uzorak za svaki stratum.

Dobijeni slučajni uzorci u podgrupama su iskorišćeni za pravljenje industrijskih kontrolnih karata, koje služe za proveru kvaliteta.

Zatim su podaci analizirani na kontrolnim kartama posebno za napon, a posebno za frekvenciju. Biće prikazano ukupno 14 kontrolnih karata, za svaki dan ponaosob.

5. STATISTIČKE PROCEDURE

5.1. DESKRIPTIVNA STATISTIKA

U periodu od nedelju dana prikupljeno je 597.716 podataka. Zatim su analizirani minimum, maksimum, ukupna vrednost, prosečna vrednost, varijansa i standardna devijacija. Rezultati su prikazani u tabeli 3.

	br.merenja u sek.	min	max	total	mean	var	se
U-NAPON	597.716	219,8	239	138.691.363,60	232,0355547	7,190846528	2,681575382
F-FREKVENCIJA	597.716	49,88	50,14	29.882.280,43	49,99	0,000417142	0,020424044

Tabela 3: Deskriptivna statistika

Prema normi EN 50160, vrednost nazivnog napona iznosi 230V. Dozvoljeno odstupanje iznosi $\pm 10\%$, odnosno dozvoljena donja granica je 207V, a gornja je 253V. U periodu od sedam dana dobijen je napon u granicama (219,8V : 239V), dok je aritmetička sredina 232,0355V. Na osnovu ovih podataka možemo da zaključimo u skladu sa normom EN50160. Iako napon zadovoljava Evropsku regulativu, razlika vrednosti minimuma i maksimuma je dosta velika, ako se analizira u odnosu na aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju.

Vrednost frekvencije prema normi EN 50160, iznosi 50Hz, sa dozvoljenim odstupanjem od $\pm 10\%$, odnosno gornja i donja dozvoljena granica iznose (49,5Hz : 50,5Hz). Pošto su merenjem dobijene vrednosti (49,88Hz : 50,14Hz), zaključujem da je norma zadovoljena. Na osnovu ostalih parametara, mogu da zaključim da je frekvencija boljeg kvaliteta od napona. Ovo proističe i iz činjenice da na kvalitet frekvencije u velikoj meri utiču industrijski proizvođači, a kako ih u Somboru skoro pa i nema, ovaj parametar je odličan.

5.2. STRATIFIKOVANO UZORKOVANJE DOBIJENIH PODATAKA

Stratifikovano uzorkovanje se koristi se kad je populacija, u ovom slučaju merenja, izdeljena na podgrupe, od kojih je svaka homogena u odnosu na karakteristiku koju posmatramo [20].

Cela populacija, odnosno merenje, je podeljena na *stratume*, svaka jedinica pripada tačno jednom stratumu. Iz svakog stratuma se bira *prost slučajan uzorak* (SRS).

Ako promenljiva koju posmatramo ima različite srednje vrednosti u različitim stratimuma, tada stratifikovani uzorak daje preciznije ocene populacionih veličina od SRS.

Stratifikovani uzorak se koristi:

- da bi se eliminisao loš uzorak
- da bi se dobili podaci određene preciznosti u stratimuma
- da bi se pojeftinilo i pojednostavilo istraživanje
- da bi se dobile preciznije ocene (manja varijansa)

Ovo merenje ima ukupno $N=597.716$ observacija i podeljeno je $H=7$ stratuma (podgrupa). Svaki stratum predstavlja jednodnevno merenje, i odatle je izvlačen prost slučajan uzorak (SRS-simple random sample). Svaki uzorak u podgrupi ima ukupno $n_h=180$ observacija. N_h je ukupan broj jedinica u stratumu h , $h=1,2,...,H$.

$N_1, N_2, ..., N_H$ su poznati i važi $N_1 + N_2 + ... + N_H = N$. U svakom stratumu h , bira se SRS obima n_h i oni su nezavisni.

S_h – skup od n_h jedinica koje čine SRS u stratumu h .

Označimo sa y_{hj} vrednost j -te jedinice u stratumu h .

Za svaki od uzoraka se računa: srednja vrednost uzoraka u stratumu h ($\bar{y}_h$), ocenjivač ukupne vrednosti merenja u stratumu h (t_h), varijansa uzoraka u stratumu h (s_h^2), varijansa ocenjivača ukupne vrednosti merenja uzoraka u stratumu h ($V(t_h)$). To se radi na sledeći način:

- $\bar{y}_h = \frac{1}{n_h} \sum_{j \in S_h} y_{hj}$ srednja vrednost uzoraka u stratumu h ($\bar{y}_h$);
- $t_h = \frac{N_h}{n_h} \sum_{j \in S_h} y_{hj} = N_h \bar{y}_h$ ocenjivač ukupne vrednosti merenja u stratumu h (t_h);
- $s_h^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{j \in S_h} (y_{hj} - \bar{y}_h)^2$ varijansa uzoraka u stratumu h (s_h^2);
- $V(t_h) = (1 - \frac{n_h}{N_h}) N_h^2 \frac{s_h^2}{n_h}$ varijansa ocenjivača ukupne vrednosti merenja uzoraka u stratumu h ($V(t_h)$).

Kada primenimo ove proračune dobijemo sledeće tabele za napon i frekvenciju.

dani-stratumi	Nh-broj observacija u stratumu	nh-broj observacija u uzorku	$\bar{y}_h$	t_h	s_h^2	$V(t_h)$
1 dan	85439	180	232,930	19901306,270	6,968	282003831,070
2 dan	85376	180	232,651	19862773,831	6,731	271991433,012
3 dan	85458	180	232,009	19827063,103	7,707	312043739,950
4 dan	85605	180	232,222	19879335,775	4,296	174546288,391
5 dan	85711	180	231,852	19872238,202	7,440	303023760,994
6 dan	84945	180	231,667	19678972,192	5,543	221722150,170
7 dan	85182	180	231,820	19746891,240	5,370	216007493,578

Tabela 4: Proračuni NAPONA za uzorke u stratumima

dani-stratumi	Nh-broj observacija u stratumu	nh-broj observacija u uzorku	$\bar{f}_h$	t_h	s_h^2	$V(t_h)$
1 dan	85439	180	49,991	4271195,289	0,000398	16109,65350
2 dan	85376	180	49,994	4268268,772	0,000462	18654,04693
3 dan	85458	180	49,989	4271945,719	0,000403	16297,77499
4 dan	85605	180	49,992	4279603,207	0,000302	12284,34584
5 dan	85711	180	49,990	4284664,320	0,000315	12828,02056
6 dan	84945	180	50,004	4247585,061	0,000367	14682,18014
7 dan	85182	180	49,994	4258569,979	0,000456	18344,55363

Tabela 5: Proračuni FREKVENCije za uzorke u stratumima

Zatim se prelazi na računanje ukupnih vrednosti merenja za stratume.

Izračunavaju se vrednosti:

- statifikovanog ocenjivača ukupne vrednosti merenja ($\text{total}^U \text{stratuma}$);
- statifikovanog ocenjivača srednje vrednosti ($\text{mean}^U \text{stratuma}$);
- nepristrasna varijansa ocenjivača ukupne vrednosti merenja ($\text{Var}^{\text{total}^U \text{stratuma}}$);
- nepristrasna varijansa ocenjivača srednje vrednosti merenja ($\text{Var}^{\text{mean}^U \text{stratuma}}$);
- standardna devijacija ocenjivača ukupne vrednosti merenja ($\text{SE}^{\text{total}^U \text{stratuma}}$);
- standardna devijacija ocenjivača srednje vrednosti merenja ($\text{SE}^{\text{mean}^U \text{stratuma}}$).

To se radi na sledeći način:

- $\hat{t}_{str} = \sum_{h=1}^H \hat{t}_h = \sum_{h=1}^H N_h \bar{y}_h$ statifikovani ocenjivač ukupne vrednosti merenja ($\text{total}^U \text{stratuma}$);
- $\bar{\hat{y}}_{str} = \frac{\hat{t}_{str}}{N} = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} \bar{y}_h$ statifikovani ocenjivač srednje vrednosti ($\text{mean}^U \text{stratuma}$);
- $\hat{V}(\hat{t}_{str}) = \sum_{h=1}^H (1 - \frac{n_h}{N_h}) N_h^2 \frac{s_h^2}{n_h}$ nepristrasna varijansa ocenjivača ukupne vrednosti merenja ($\text{Var}^{\text{total}^U \text{stratuma}}$);
- $\hat{V}(\bar{\hat{y}}_{str}) = \frac{1}{N^2} \hat{V}(\hat{t}_{str}) = \sum_{h=1}^H (1 - \frac{n_h}{N_h}) \frac{N_h^2}{N^2} \frac{s_h^2}{n_h}$ nepristrasna varijansa ocenjivača srednje vrednosti merenja ($\text{Var}^{\text{mean}^U \text{stratuma}}$);
- $\text{SE}(\hat{t}_{str}) = \sqrt{\hat{V}(\hat{t}_{str})}$ standardna devijacija ocenjivača ukupne vrednosti merenja ($\text{SE}^{\text{total}^U \text{stratuma}}$);
- $\text{SE}(\bar{\hat{y}}_{str}) = \sqrt{\hat{V}(\bar{\hat{y}}_{str})}$ standardna devijacija ocenjivača srednje vrednosti merenja ($\text{SE}^{\text{mean}^U \text{stratuma}}$).

Nakon izračunavanja na osnovu prethodno navedenih formula dobijamo sledeće tabele za napon i frekvenciju.

N	597716
total^U^stratuma	138.768.580,613
mean^U^stratuma	232,1647415
Var^total^U^stratuma	1781338697,163
Var^mean^U^stratuma	0,004986051
SE^total^U^stratuma	42205,90832
SE^mean^U^stratuma	0,070611977

Tabela 6: Proračuni NAPONA za ukupne vrednosti merenja za stratume

N	597716
total^F^stratuma	29.881.832,345
mean^F^stratuma	49,99336197
Var^total^F^stratuma	109200,57559
Var^mean^F^stratuma	3,05658E-07
SE^total^F^stratuma	330,4551037
SE^mean^F^stratuma	0,000552863

Tabela 7: Proračuni FREKVENCije za ukupne vrednosti merenja za stratume

Za dovoljno veliko H , ili dovoljno veliko n_h , za svako h dobijamo:

- 100(1- α)% interval poverenja za srednju vrednost merenja je

$$\bar{y}_{str} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} SE(\bar{y}_{str})$$
- 100(1- α)% interval poverenja za ukupnu vrednost merenja je

$$\hat{t}_{str} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} SE(\hat{t}_{str}) .$$

Kada ove formule primenimo u proračunima dobijamo sledeće tabele za napon i frekvenciju.

CI(t^U 1, stratuma)		CI(mean U1, stratuma)	
min	max	min	max
138.685.857	138.851.304,2	232,026342	232,3031409

Tabela 8: 95% interval poverenja za NAPON

CI(total^ F, stratuma)		CI(mean F, stratuma)	
min	max	min	max
29.881.184,65	29.882.480,04	49,99227836	49,99444558

Tabela 9: 95% interval poverenja za FREKVENCIJU

Prilikom uzorkovanja nije dovoljno samo izvestiti o rezultatima ispitivanja, potrebno je i ukazati na tačnost dobijenih ocena. U statistici se intervali poverenja koriste kao pokazatelji tačnosti ocena. 95% interval poverenja se često objašnjava heuristički: ako bismo uzimali uzorke iz populacije iznova i iznova i odredili interval poverenja za svaki mogući uzorak (koristeći istu proceduru), očekujemo da 95% rezultujućih intervala sadrži tačnu vrednost parametra populacije koji se ispituje. Primećujemo da se stvarne vrednosti ukupnog i prosečnog broja merenja nalaze u odgovarajućim intervalima poverenja.

Za napon stvarna vrednost ukupnog broja merenja iznosi 138.691.363,6 i upada u interval poverenja (138.685.857 ; 138.851.304,2). Isto važi i za srednju vrednost, koja iznosi 232,0355547 i upada u interval poverenja (232,026342 ; 232,3031409).

Što se frekvencije tiče, stvarna vrednost ukupnog broja merenja iznosi 29.882.280,43, i ova vrednost upada u interval poverenja (29.881.184,65 ; 29.882.480,04). Srednja vrednost ukupnog broja merenja iznosi 49,99411, i takođe upada u interval poverenja (49,99227836 ; 49,99444558).

Sve ovo implicira da su intervali poverenja precizni i tačni, i da stvarne vrednost se nalaze u njima.

5.3. KONTROLNE KARTE

5.3.1. Statističke osnove kontrolnih karti

Kontrolne karte spadaju u statističke metode kvaliteta. U suštini to je grafikon u kome apscisa predstavlja redosled kontrolisanja, a na ordinatu se obeležavaju vrednosti parametara, koje kontrolišemo preko uzoraka određene veličine. Pomoću kontrolne karte određujemo variranje kvaliteta, a s tim u vezi stabilnost i sposobnost procesa proizvodnje u odnosu na utvrđene kontrolne granice [21]. Šuhart koji se može smatrati tvorcem kontrolnih karata, kaže da je njihov zadatak:

1. da održavaju proces proizvodnje u stanju kontrole
2. da dovedu proces proizvodnje u stanje kontrole
3. da pokažu da li je postignuto stanje kontrole.

Po Šuhartu za neku pojavu se kaže da je pod kontrolom ako na osnovu dosadašnjih podataka možemo predvideti, bar u izvesnim granicama podrazumeva da možemo utvrditi, bar približno, verovatnoću da će se pojava naći unutar datih granica. Kontrolna karta je dijagram gde na vertikalnoj osi unosimo vrednosti karakteristike kvaliteta čije variranje proučavamo. Svaku kontrolnu kartu karakterišu centralne linije (proseci) i kontrolne granice. Kada se variranje procesa odvija u okviru kontrolnih granica, onda se za proces kaže da je pod kontrolom. U suprotnom – nije pod kontrolom. Kada je proces pod kontrolom to znači da je variranje kvaliteta normalno i da je proces proizvodnje stabilan. Kada proces nije pod kontrolom imamo nenormalno variranje kvaliteta, čija je posledica nestabilnost procesa proizvodnje.

Rezultati podataka dobijeni pomoću mernih veličina u praksi najčešće pokazuju gomilanje oko neke srednje vrednosti, sa sve manje podataka udaljavanjem od te sredine. Empirijske raspodele učestalosti podataka često pokazuju tendencije koje upućuju na normalnu, Gausovu raspodelu, pa ona u velikom broju slučajeva predstavlja teoretsku osnovu statističkih metoda u praksi. Ono što se i javlja u procesu proizvodnje jesu upravo obeležja koja variraju pod delovanjem slučajnih uzroka, što predstavlja prirodno

rasipanje obeležja procesa, pa se lako mogu izračunati granice slučajnih rasipanja određenih parametara [22].

Za slučajnu promenljivu kažemo da je distribuirana po zakonu normalne ili Gausove raspodele ako je područje njenih vrednosti od $-\infty$ do $+\infty$, a funkcija verovatnoće je data izrazom:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Odavde se može lako zaključiti da je normalna raspodela određena parametrima aritmetičke sredine i standardnog odstupanja.

U standardizovanom obliku dobijamo da je:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

Standardizacijom slučajne promenljive (z) vrši se standardizacija svake realizovane vrednosti, čime za svaku vrednost (x) dobijamo meru njenog odstupanja od srednje vrednosti (μ) u odnosu na standardnu devijaciju populacije σ . Iz izraza $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, odnosno $z \cdot \sigma = x - \mu$ dolazimo do zaključka da nam standardizovana vrednost slučajne promenljive zapravo pokazuje njenu udaljenost od srednje vrednosti, izraženu u standardnim devijacijama σ . Drugim rečima, to bi značilo da će $z=3$ značiti da je realizovana vrednost promenljive X udaljena od srednje vrednosti 3σ . Integracijom funkcije verovatnoće dolazimo do površine ispod funkcije, odnosno do rezultata da je verovatnoća da slučajna promenljiva uzme vrednost iz intervala (a, b) data Laplasovom funkcijom:

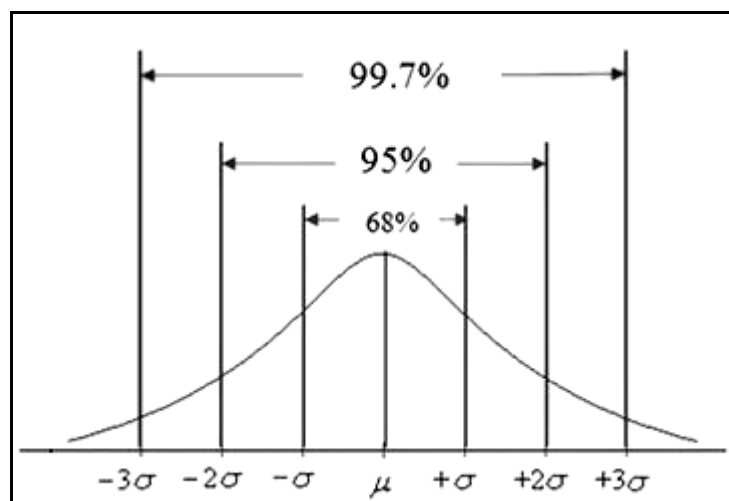
$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1}^{z_2} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

Tako dolazimo do rezultata o verovatnoćama pojavljivanja vrednosti slučajne promenljive X u određenim intervalima, u odnosu na srednju vrednost populacije μ , što je prikazano na slici 19:

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 68,26\%$$

$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = 95,46\%$$

$$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) = 99,73\%$$



Slika 19: Raspodela verovatnoće oko srednje vrednosti

Poslednji zaključak ukazuje na to da će se 99,7% svih podataka naći u intervalu od $\pm 3\sigma$ od srednje vrednosti posmatranog obeležja, odnosno da se očekuje da 99,7% vrednosti svih merenja bude u tom intervalu. To će značiti da će se van tog intervala širine 6σ naći zanemarljiv broj podataka. Zbog toga se u praksi granice od $\pm 3\sigma$ uzimaju kao granice verovatnoće za ocenu neke pojave.

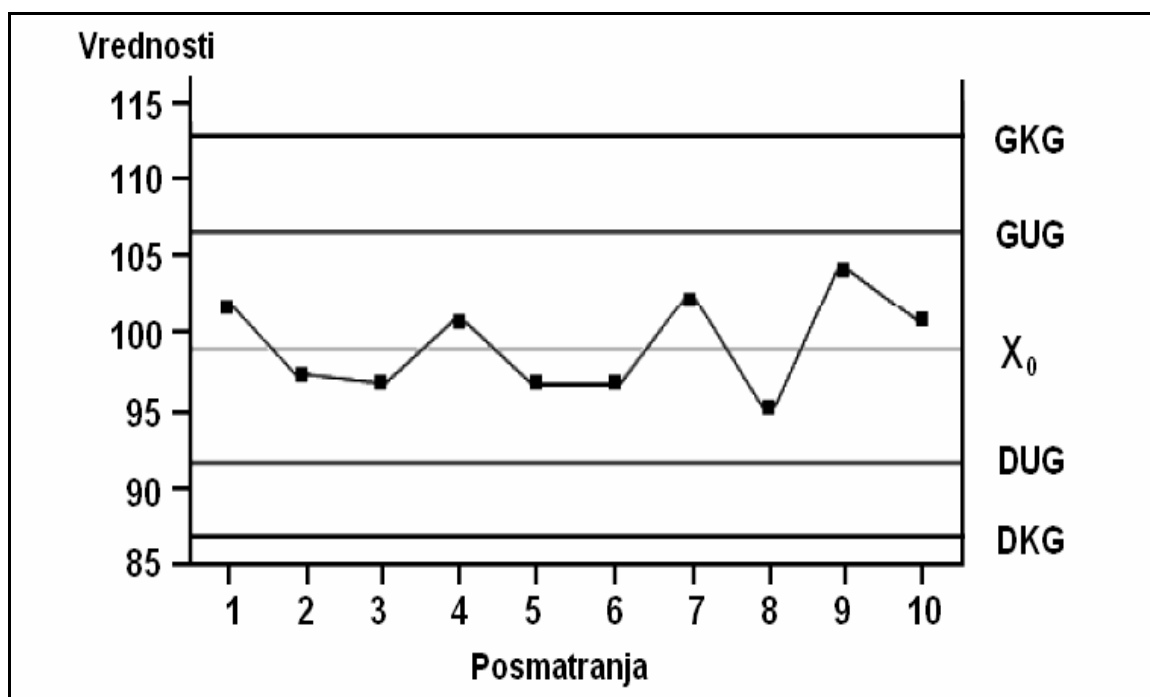
Da bismo proverili da li se proces odvija u dozvoljenim granicama, uzimamo periodično po n uzoraka, merimo njihovo obeležje X , i iz tako uzetog uzorka nalazimo srednju vrednost. Sa usvojenim pragom značajnosti α testiramo hipotezu $H_0(x = x_0)$, tj.

proveravamo da li $\bar{x}$ pripada kritičnoj oblasti. Ukoliko pripada, to je signal da je proces znatno odstupio od dozvoljenih granica i da je potrebna intervencija da bi se otklonio uzrok tog odstupanja. Polazi se od varijanse sredine populacije date relacijom $\sigma_x^2 = \sigma^2 / n$, i standardne greške date relacijom $\sigma_x = \sigma / \sqrt{n}$.

Ova procedura testiranja je maksimalno uprošćena primenom kontrolnih karata, u kojima se kao ordinate nanose srednje vrednosti $\bar{x}$ periodično unetih proba obima n , i na kojima je kritična oblast odvojena dvema paralelnim horizontalnim pravama, koje označavaju donju i gornju granicu – interval poverenja ocene srednje vrednosti:

$$DKG_x = x_0 - z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ i } GKG_x = x_0 + z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

U primeni ove formule specifikiran je nivo poverenja $1-\alpha$, iz kojeg mi definišemo vrednost: $\alpha, \alpha/2, z_{\alpha/2}$ primenom odgovarajućih tablica.



Slika 20: Prikaz osnovnih elemenata kontrolne karte [22]

Ukoliko su u nizu uzetih uzoraka srednje vrednosti $\bar{x}$ između granica DKG i GKG, proces proizvodnje je stabilan; ukoliko $\bar{x}$ pređe ispod DKG ili iznad GKG, onda je proces izašao van kontrolisanog stanja i zahteva regulisanje. Tada se obično kontrolišu svi proizvodi od prethodne zadovoljavajuće provere. Kako bi se sprečilo odstupanje proizvoda od zadatih granica, veoma često se definišu i donje i gornje upozoravajuće granice (DUG i GUG), koje predstavljaju vrednosti koje signaliziraju da proces ima tendenciju nestabilnosti, odnosno da je potrebno pratiti rezultate narednih merenja sa povećanom pažnjom.

Kontrolne granice izračunavaju se na tri načina:

- na osnovu snimljenih podataka procesa;
- na osnovu zadate tolerancije karakteristike kvaliteta koja se prati;
- na osnovu poznavanja sposobnosti sistema

5.3.2. $\bar{X}$ R karte

Klasične kontrolne karte, u kojima se prati kretanje aritmetičkih sredina $\bar{x}$ i raspona R uzoraka koji se povremeno uzimaju iz procesa sastavljene su tako da koriste potpunu prednost ocene na osnovu matematičke statistike. Takva karta omogućava brze i pouzdane ocene prikazivanja i praćenja promene procesa. Naročito je pogodna u procesima u kojima se proizvodi na posmatranoj operaciji pojedinačno tretiraju, ali se takođe uspešno primenjuje i u procesnoj industriji [23].

Kontrolnom tehnologijom definiše se veličina uzorka i učestalost kontrolisanja, a kontrolor vrši obilaske kako je to propisano i meri karakteristiku kvaliteta čije se variranje posmatra. Kontrolor u svakom posmatranju evidentira pojedinačne vrednosti za posmatranu karakteristiku kvaliteta na uzorku koji ispituje. Iz ovih vrednosti se za svako posmatranje izračunava prosek $\bar{x}$ i raspon R .

Postupak rada je sledeći:

- iz procesa koji pratimo uzimaju se relativno mali uzorci (1–6), obično u neredovnim vremenskim razmacima, čija učestalost zavisi od stabilnosti procesa;
- na uzorku se meri praćena karakteristika kvaliteta, pri čemu se dobija n izmerenih vrednosti;
- za izmerene vrednosti u uzorku izračunaju se aritmetička sredina i raspon;
- izračunate vrednosti aritmetičke sredine i raspona uzorka upisuju se u kontrolnu kartu $\bar{X} R$;
- za aritmetičke sredine i raspone uzoraka računaju se kontrolne granice i ucrtavaju u kontrolnu kartu.

	Posmatranja				
	1	2	3	...	k
Vrednosti u datom posmatranju (from given observation)	x_{11}	x_{12}	x_{13}	...	x_{1k}
	x_{21}	x_{22}	x_{23}	...	x_{2k}
	x_{31}	x_{32}	x_{33}	...	x_{3k}
	·	·	·	...	...
	·	·	·	...	...
	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	...	x_{nk}
Srednje vrednosti (Mean)	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	...	$\bar{x}_k$
Raspon (Range)	R_1	R_2	R_3	...	R_k

Slika 21: Prikaz osnovne postavke procesa uzorkovanja [22]

$$\bar{x}_j = \frac{x_{1j} + x_{2j} + x_{3j} + \dots + x_{nj}}{n}$$

$$R_j = x_{j(\max)} - x_{j(\min)}$$

5.3.3. Izračunavanje kontrolnih granica $\bar{X}$ R kontrolne karte na osnovu na osnovu snimljenih podataka procesa

Ukoliko se za kritične granice zadaje prag značajnosti $\alpha=0.0027$ ($z_{1-\alpha} = z_{0.9973} = 3$), koji podrazumeva da se samo 27 od 10 000 primeraka može naći van zadatih granica, u tom slučaju ćemo tvrditi da se 99,73% vrednosti nalazi u intervalu $\pm 3\sigma$ od srednje vrednosti. Za upozoravajuće vrednosti obično se uzima $\alpha=0.005$ ($z_{1-\alpha} = z_{0.995} = 1.96$). Za $1-\alpha=0.95$ sledi da je $\alpha=0.05$, $\alpha/2=0.025$ $z_{\alpha/2} = z_{0.25} = 1.96$.

U tom slučaju kontrolne granice će biti:

$$DKG_{\bar{x}} = x_0 - 3 \cdot s_{\bar{x}} \quad \text{ i } \quad GKG_{\bar{x}} = x_0 + 3 \cdot s_{\bar{x}}$$

a upozoravajuće

$$DUG_{\bar{x}} = x_0 - 1.96 \cdot s_{\bar{x}} \quad \text{ i } \quad GUG_{\bar{x}} = x_0 + 1.96 \cdot s_{\bar{x}}.$$

Gde je $s_{\bar{x}}$ standardna devijacija uzorka i jednaka je korenu varijanse uzorka $s_{\bar{x}} = \sqrt{s^2}$.

Kao što se vidi, kontrolne granice zavise od x_0 i σ , od praga značajnosti α i veličine uzorka n . U praktičnim primenama, parametri x_0 i σ obično nisu poznati. Tada se postupa tako što nepoznate zamenjujemo njihovim ocenama na osnovu uzoraka. Za inicijalno formiranje statističkih osnova karte uzorak je obično mali, ali je radi pouzdanosti podataka preporučljivo da bude 5–10, s tim što je potrebno da broj posmatranja k bude bar 20–30, kako bi ovu kontrolnu kartu mogli podvrći kvalitetnoj statističkoj analizi.

Za ocenu x_0 uzimamo vrednost:

$$x_0 = \bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \bar{x}_j.$$

Dok za ocenu varijanse uzimamo:

$$s^2 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k s_j^2, \text{ gde je } s_j = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij}^2 - \bar{x}_j^2).$$

Međutim, u praksi se radije koriste druge ocene, gde se računski deo posla pojednostavi. Za računanje kontrolnih granica koristi se tabela faktora za izračunavanje kontrolnih granica za izmerene vrednosti karakteristike kvaliteta, čiji je deo prikazan u tabeli 10.

n	A	A ₁	A ₂	B ₃	B ₄	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	d ₂
2	2,121	3,760	1,880	0,000	3,267	0,000	3,687	0,000	3,269	1,128
3	1,732	2,394	1,023	0,000	2,569	0,000	4,357	0,000	2,574	1,693
4	1,500	1,880	0,729	0,000	2,267	0,000	4,699	0,000	2,282	2,059
5	1,342	1,596	0,577	0,000	2,090	0,000	4,918	0,000	2,114	2,326
6	1,225	1,410	0,483	0,030	1,970	0,000	5,078	0,000	2,004	2,534
7	1,134	1,277	0,419	0,117	1,883	0,205	5,203	0,076	1,924	2,704

Tabela 10: Prikaz faktora za izračunavanje kontrolnih granica [21]

Prikazani parametri predstavljaju pondere u izračunavanju donjih i gornjih granica kod različitih kontrolnih karata. Korišćenjem podataka iz tabele čiji je deo prikazan, možemo lako doći do kontrolnih granica. Za ocenjenu srednju vrednost podataka uzimamo $\bar{x}_0$. U svakom probnom uzorku odredimo raspon R , i izračunamo aritmetičku sredinu raspona $\bar{R}$ i standardnu devijaciju uzorka $S_{\bar{x}}$.

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k R_j \quad \text{i} \quad s_{\bar{x}} = \frac{R}{d_2 \cdot \sqrt{n}}$$

Odavde sada lako možemo izračunati kontrolne granice iz jednačine:

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{x}_0 - 3 \cdot s_{\bar{x}} \quad \text{i} \quad GKG_{\bar{x}} = \bar{x}_0 + 3 \cdot s_{\bar{x}}.$$

Kontrolne granice procesa pokazuju kvalitativno kretanje procesa, njegovu stabilnost i sposobnost. To su granice mogućnosti jednog procesa i predstavljaju normalne varijacije koje se mogu očekivati.

S obzirom na to da su vrednosti kojima se raspolaže dobijene merenjem uzoraka, za izračunavanje kontrolnih granica koriste se koeficijenti A_2 , D_3 , D_4 koji zavise samo od veličine uzorka n .

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{x}_0 - A_2 \cdot \bar{R} \quad \text{i} \quad GKG_{\bar{x}} = \bar{x}_0 + A_2 \cdot \bar{R}$$

$$DKG_{\bar{R}} = D_3 \cdot \bar{R} \text{ i } GKG_{\bar{R}} = D_4 \cdot \bar{R}$$

Da bi izračunali kontrolne karte na osnovu zadate tolerancije, potrebno je pre svega definisati zadatu toleranciju T i meru srednjeg toleratnog polja σ_0 . Takođe, uvodimo pretpostavku da je $T=6\sigma$.

Kontrolne granice srednjih vrednosti uzoraka izračunavaju se kao:

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{x}_0 - A \cdot T \text{ i } GKG_{\bar{x}} = \bar{x}_0 + A \cdot T ,$$

dok se kontrolne granice raspona računaju kao

$$DKG_R = D_1 \cdot T \text{ i } GKG_R = D_2 \cdot T .$$

Izračunavanje granica na osnovu zadate tolerancije vrši se u slučajevima kada, zbog kratkog vremenskog roka, nismo u mogućnost da snimimo proces.

Izračunavanje kontrolnih granica na osnovu snimljenog procesa zahteva mnogo vremena i brižljive pripreme, kako dobijeni podaci ne bi dali krivu sliku o stvarnom stanju. Tačno snimljeni podaci omogućavaju izračunavanje kontrolnih granica. Njihova vrednost zadržava se tokom praćenja i ima prednost nad kontrolnim granicama izračunatih pomoću zadate tolerancija, s obzirom na to da uzimaju u obzir sposobnost procesa.

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{x}_0 - A \cdot \sigma_0 \text{ i } GKG_{\bar{x}} = \bar{x}_0 + A \cdot \sigma_0$$

Dok se kontrolne granice raspona računaju kao:

$$DKG_R = D_1 \cdot \sigma_0 \text{ i } GKG_R = D_2 \cdot \sigma_0 .$$

5.3.4. Analiza sposobnosti procesa

Ako se sve tačke kontrolnih karata nalaze u okviru granica procesa, a sve to u granicama izračunatih zadatim standardom, onda kažemo da je takav proces pod kontrolom.

Analizom kontrolnih karata moguće je:

- oceniti sposobnost procesa (preciznost i tačnost);
- otkriti sistemske uticaje.

Ocenu sposobnosti procesa vršimo na osnovu:

- relativne širine procesa;
- indeksa preciznosti i;
- indeksa tačnosti.

Relativna širina procesa

U normalnim prilikama ona iznosi manje od 75% od tolerancije. Računa se kao

$$f_p = \frac{6 \cdot S}{GGT - DGT} \cdot 100(\%),$$

Gde je S-standardna devijacija uzorka, GGT/DGT-gornja/donja granica tolerancije.

Indeks preciznosti

Uzima u obzir rasipanje procesa. Računa se kao

$$c_p = \frac{GGT - DGT}{6 \cdot S}.$$

Indeks preciznosti definiše sistem i/ili proces prema sledećim kriterijumima:

- neprecizan..... $c_p < 1$;
- kritično precizan.. $1 < c_p < 1,33$;
- precizan..... $c_p > 1,33$.

Indeks tačnosti

On uzima u obzir pored rasipanja procesa i položaj srednje vrednosti uzorka u odnosu na granicu tolerancije. Računa se kao

$$C_{pk} = \frac{\Delta_{krit}}{3S},$$

gde je Δ_{krit} – kritičko rastojanje srednje vrednosti u odnosu na granice tolerancije (GGT- $\bar{x}$ ili $\bar{x}$ -DGT)

Indeks tačnosti definiše sistem i/ili proces prema sledećim kriterijumima:

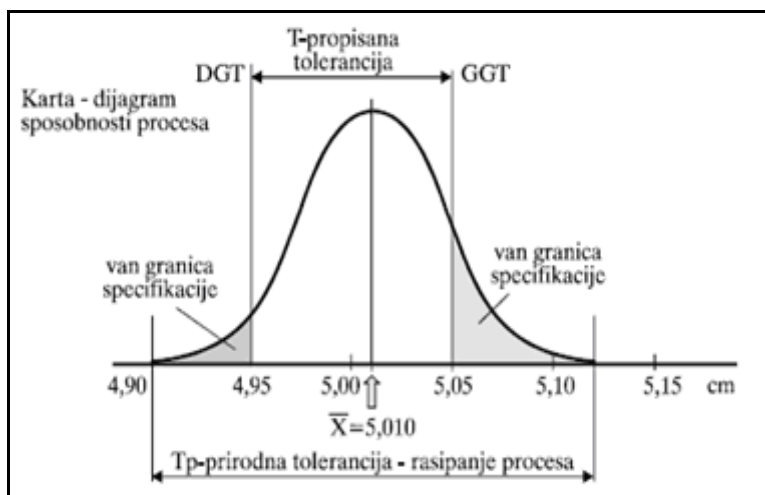
- netačan..... $C_{pk} < 1$;
- kritično tačan.. $1 < C_{pk} < 1,33$;
- tačan..... $C_{pk} > 1,33$.

Sistem i/ili proces se označava kao sposoban ako su ispunjeni sledeći uslovi:

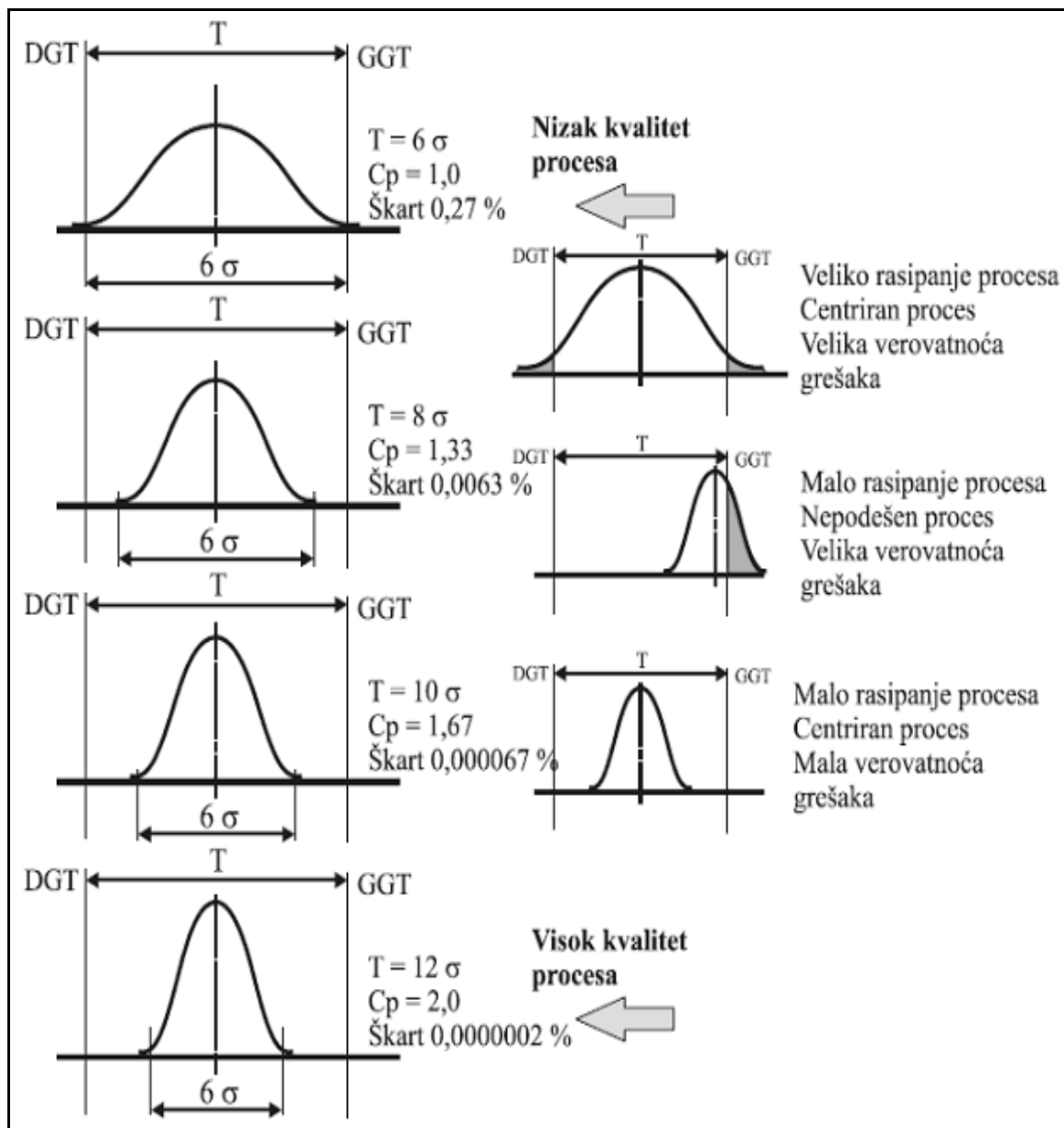
$f_{pk} \leq 75\%$ ili $C_{pk} \geq 1,33$.

Možemo dobiti i sledeće odluke o procesu:

- prekid procesa zbog velikog procenta nepopravljivih predmeta;
- potrebno je regulisanje za veličinu Δ , jer proces nije tačan;
- potrebna je naknadna dorada zbog velikog procenta popravljivih predmeta;
- proces treba nastaviti.



Slika 23: Primer rasipanja procesa



Slika 24: Nivo kvaliteta procesa u funkciji rasipanja

U ovom radu će biti prikazano po 7 kontrolnih karti, posebno za napon, a posebno za frekvenciju, za svaki stratum, odnosno dan.

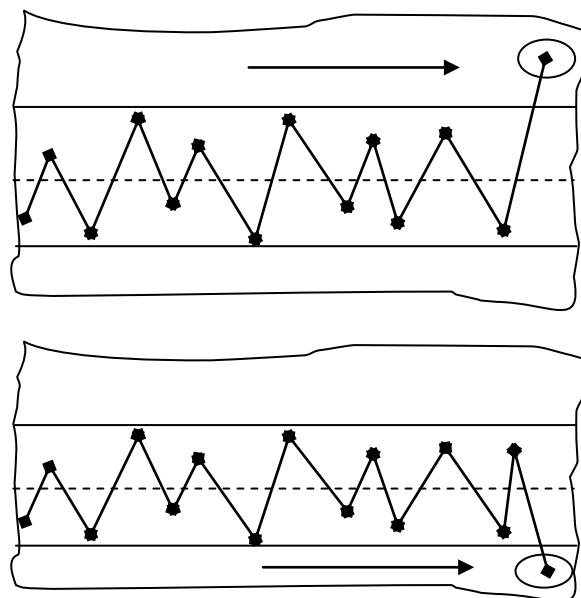
5.3.5. Otkrivanje sistematskih uticaja

Postupak otkrivanja sistemskih uticaja primenom kontrolnih karata podrazumeva korišćenje određenih pravila i to najčešće četiri. Pravila se koriste za prvih 20 do 25 uzoraka kako bi se izvelo početno ispitivanje procesa [24].

Pravilo I: Bilo koja tačka izvan kontrolnih granica

Pozicija kontrolnih granica se određuje tako da se vodi računa o nivou verovatnoće od približno 1/1000. Ako razlog za ovaj uticaj nije pronađen onda kažemo da je ta vrednost deo skupa vrednosti na osnovu koga se formiraju granice. Ako se razlog pak pronađe onda se tačka uklanja iz skupa od 20 odnosno 25 uzoraka, a kontrolne granice se ponovo određuju na osnovu preostalih 19(24) uzoraka.

Ukoliko postoji tačka ispod DKG_R onda je to poboljšanje, a ne pogoršanje. Ona najavljuje potencijalnu promenu na bolje koja se ogleda u smanjenju varijabilnosti.



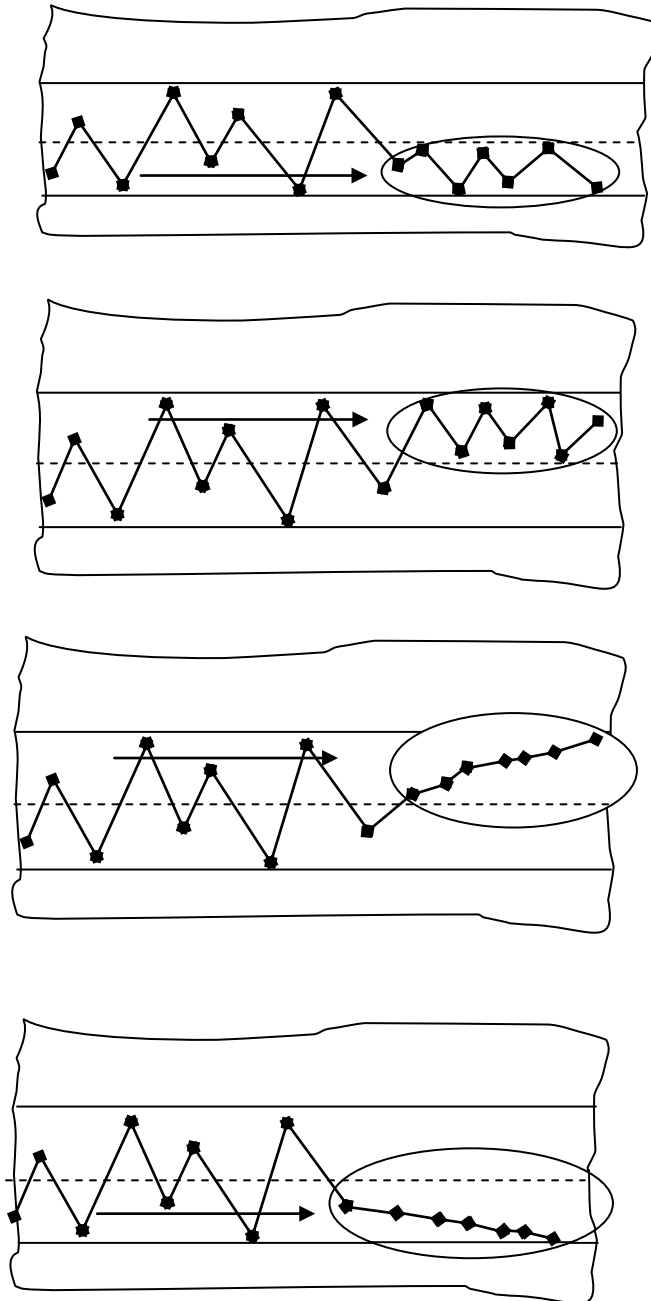
Slika 25: Prikaz pravila I

Pravilo II: Pravilo sedam tačaka

Ovo pravilo se primenjuje kad imamo sedam uzastopnih tačaka, bilo da su sve sa jedne strane centralne linije, ili su u rastućem, ili opadajućem trendu.

Broj sedam je usvojen zato što je verovatnoća realizacije takvog događaja mala.

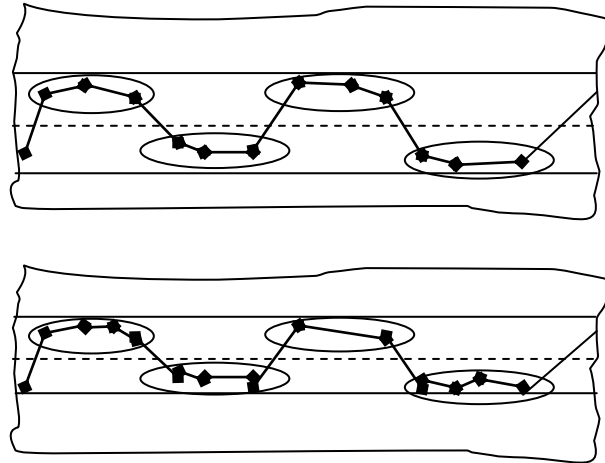
Isto kao i za prvo pravilo razlog uticaja treba otkriti, eliminisati, ili dodati sistemu.



Slika 26: Prikaz pravila II

Pravilo III: Neobični primeri u okviru kontrolnih granica

Mogući su primeri kontrolnih karata na koje se ne mogu primeniti, ni prvo, niti drugo pravilo. Na prvoj slici je pokazana pojava periodičnosti, a na sledećoj se mnoštvo tačaka nalazi blizu jedne od granica.

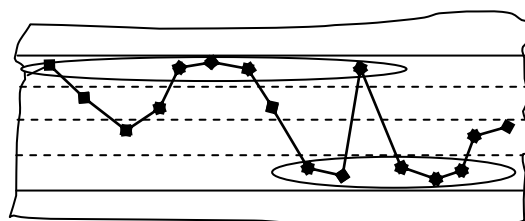


Slika 27: Prikaz pravila III

Pravilo IV: Pravilo srednje trećine

Ukoliko je broj tačaka u srednjoj trećini, po celoj dužini između kontrolnih granica, bilo mnogo veći, ili mnogo manji od svih prisutnih tačaka u preostale dve trećine, tada se primenjuje pravilo srednje trećine.

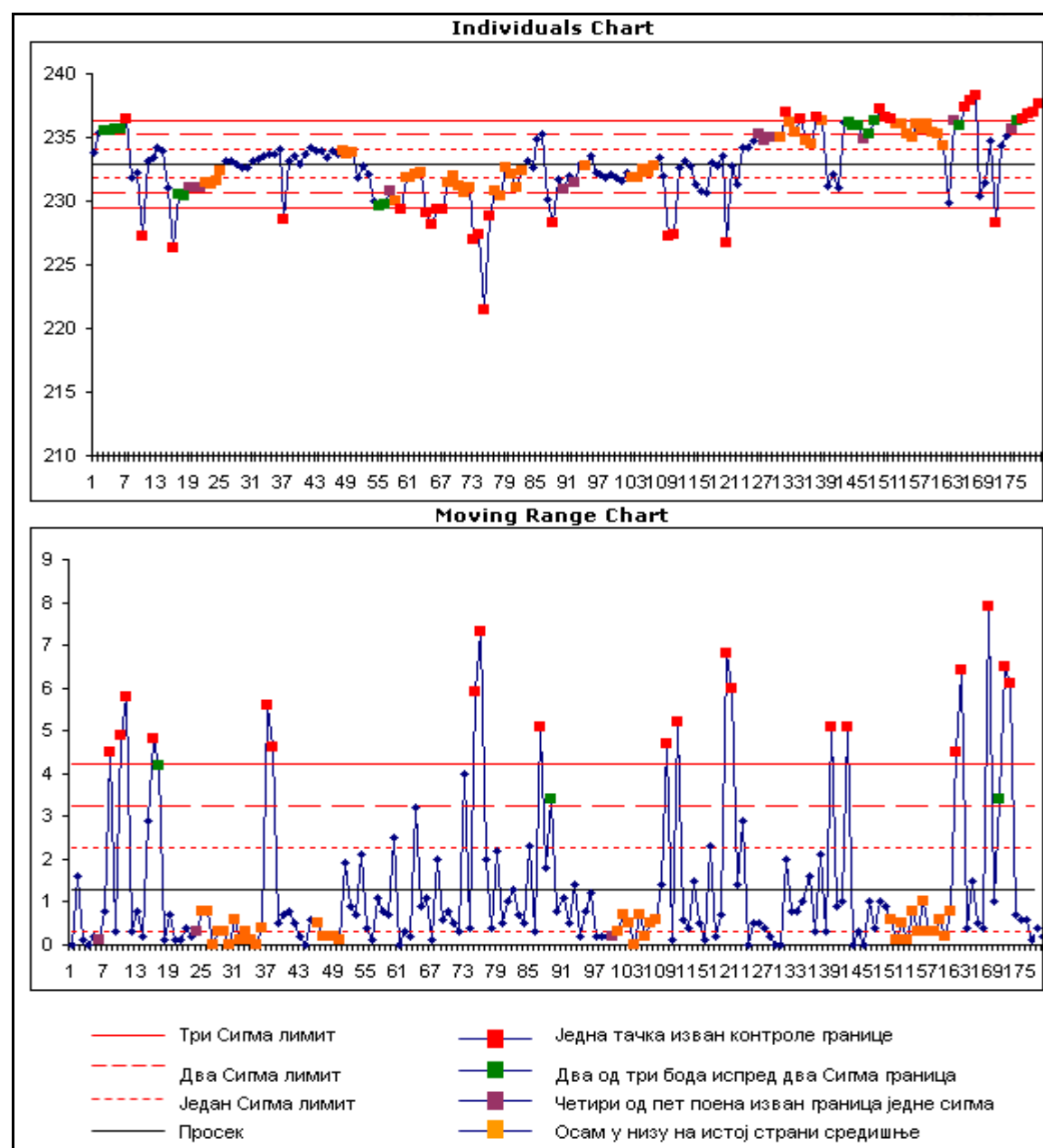
Ovo pravilo je zasnovano na svojstvima normalne raspodele. Kao prvi korak, rastojanje između kontrolnih granica deli se na šest područja jednake širine, a linije povučene na karti odgovaraju po jednom području sa obe strane centralne linije. Budući da su kontrolne granice postavljene na udaljenosti od tri standardne devijacije, sa obe strane u odnosu na centralnu liniju, tada ove linije odgovaraju po jednoj standardnoj devijaciji sa obe strane centralne linije.



Slika 28: Prikaz pravila IV

5.3.6. Kontrolne karte za napon

Prikaz kontrolne karte za **napon** u **prvom** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

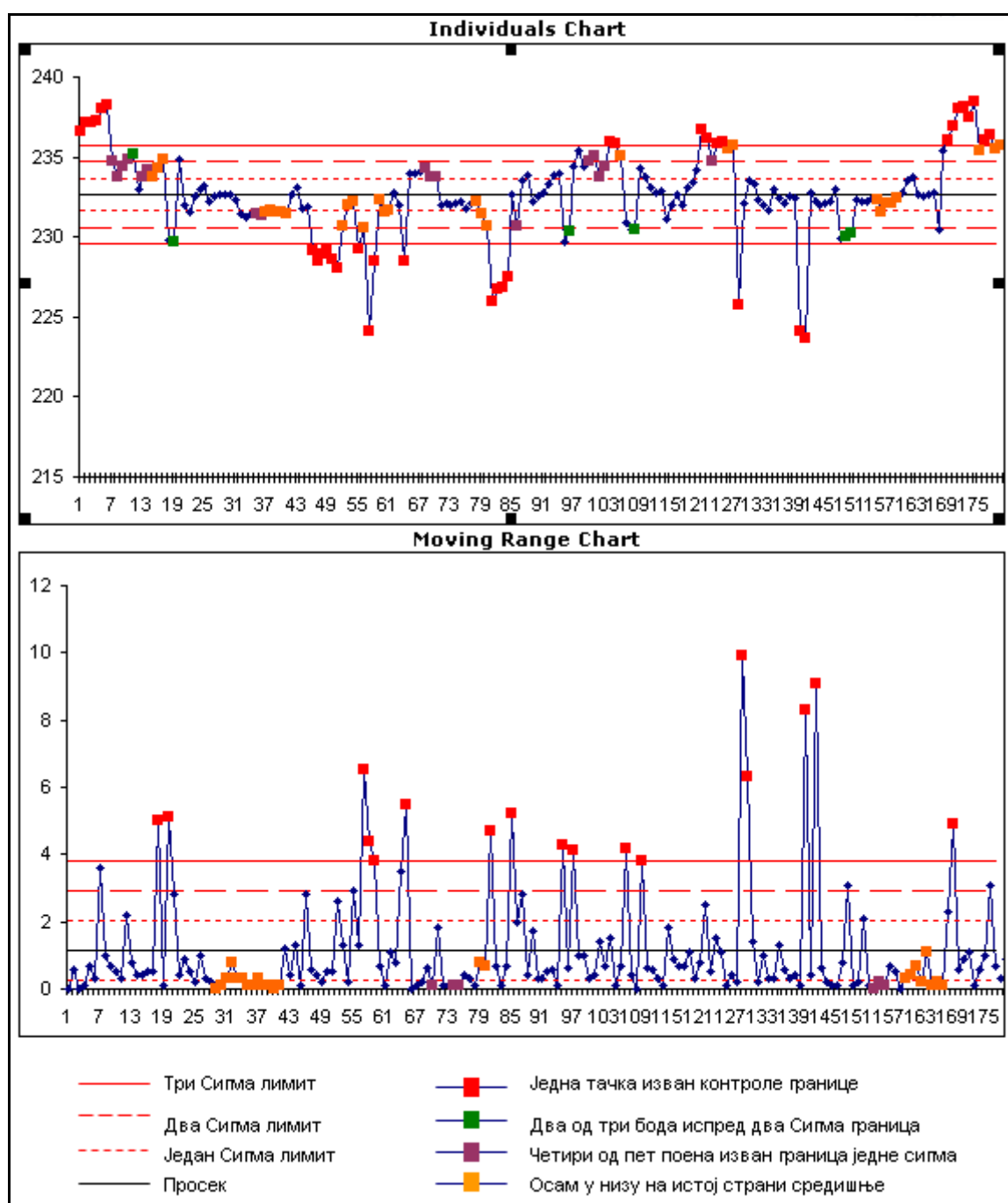


Slika 29: Kontrolna karta za napon kada je veličina podgrupe $n=1$

232,93	Srednja vrednost	234,1	x бар једна Сигма Горња граница	2,265	Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	236,4
1,2894	Prosečni raspon	235,2	Xbar two sigma Upper Limit	3,241	Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	229,5
1,143072	Procenjena devijacija	236,4	Xbar three sigma Upper Limit	4,216	Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	1,006061
180	Број узорака	231,8	Xbar one sigma Lower Limit	0,314	Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	1,011893
1	velicina podgrupe	230,6	Xbar two sigma Lower Limit	n/a	Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	1,000228
180	Број подгрупа	229,5	Xbar three sigma Lower Limit	n/a	Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	1,000228

Slika 30: Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **napon** u **drugom** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

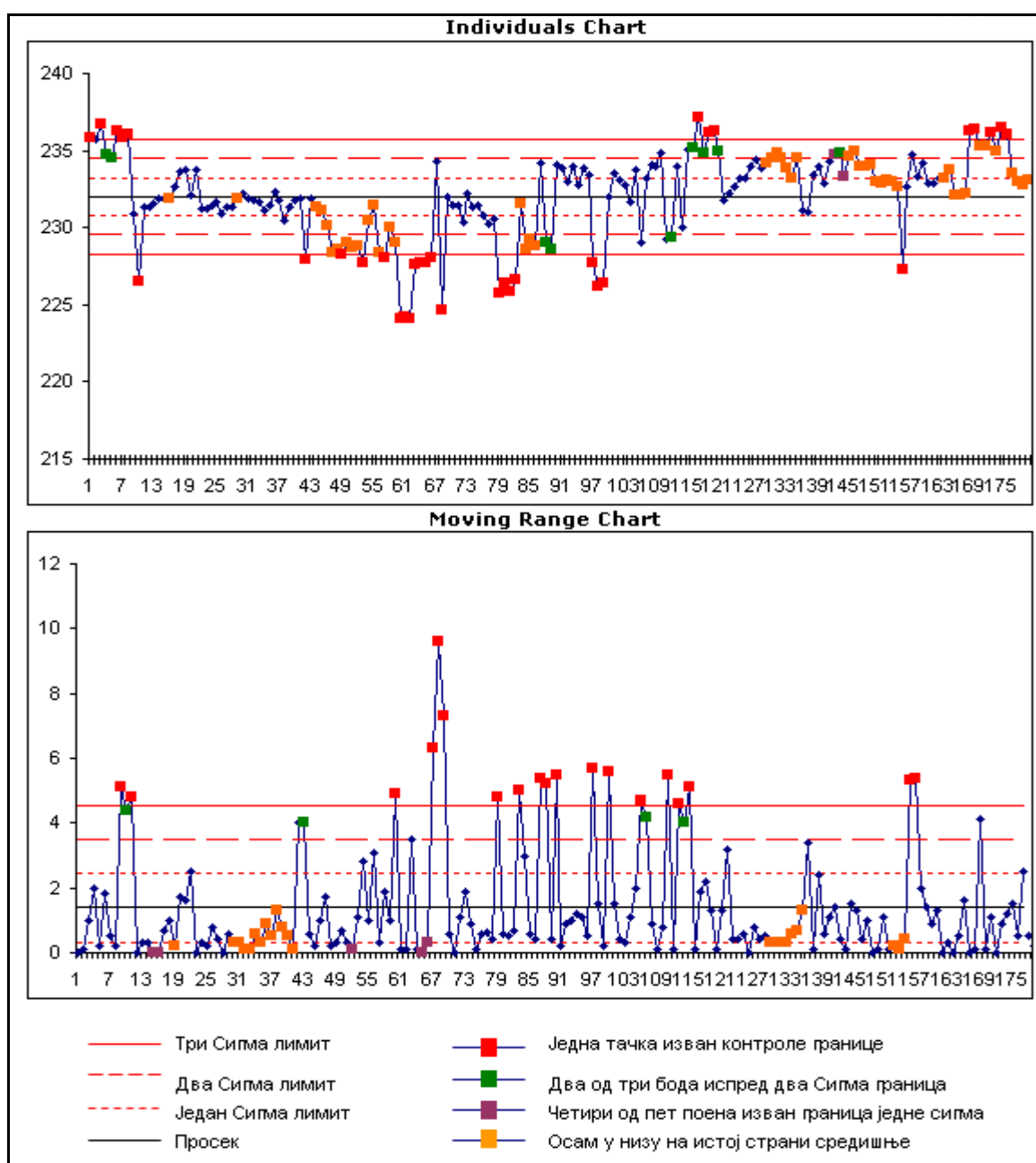


Slika 31: Kontrolna karta za napon kada je veličina podgrupe $n=1$

232,65	Srednja vrednost	233,7	x bar једна Сигма Горња граница	2,034	Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	235,7
1,1581	Prosečni raspon	234,7	Xbar two sigma Upper Limit	2,911	Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	229,6
1,026685	Procenjena devijacija	235,7	Xbar three sigma Upper Limit	3,787	Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	0,990242
180	Број услова	231,6	Xbar one sigma Lower Limit	0,282	Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	0,990242
1	velicina podgrupe	230,6	Xbar two sigma Lower Limit	n/a	Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	0,990242
180	Број подгрупа	229,6	Xbar three sigma Lower Limit	n/a	Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	0,990242

Slika 32: Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **napon** u **trećem** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

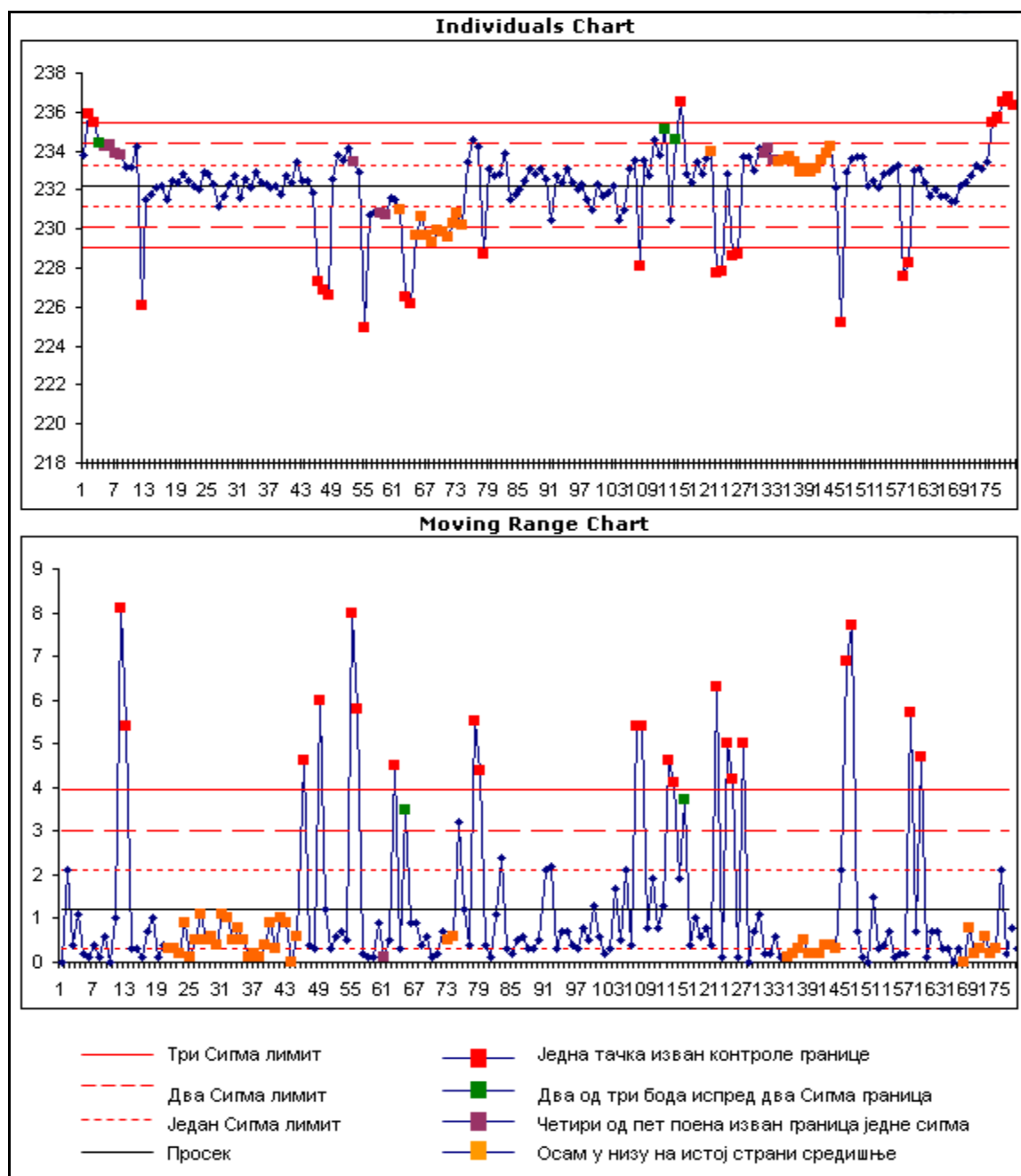


Slika 33: Kontrolna karta za napon kada je veličina podgrupe $n=1$

232,01	Srednja vrednost	233,2	x bar једна Сигма Горња граница	2,443	Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	235,7
1,3905	Prosečni raspon	234,5	Xbar two sigma Upper Limit	3,495	Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	228,3
1,232715	Procenjena devijacija	235,7	Xbar three sigma Upper Limit	4,547	Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	1,000501
180	Број узорака	230,8	Xbar one sigma Lower Limit	0,338	Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	0,997797
1	velicina podgrupe	229,5	Xbar two sigma Lower Limit	n/a	Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	1,003205
180	Број подгрупа	228,3	Xbar three sigma Lower Limit	n/a	Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	0,997797

Slika 34: Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **napon** u **četvrtom** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

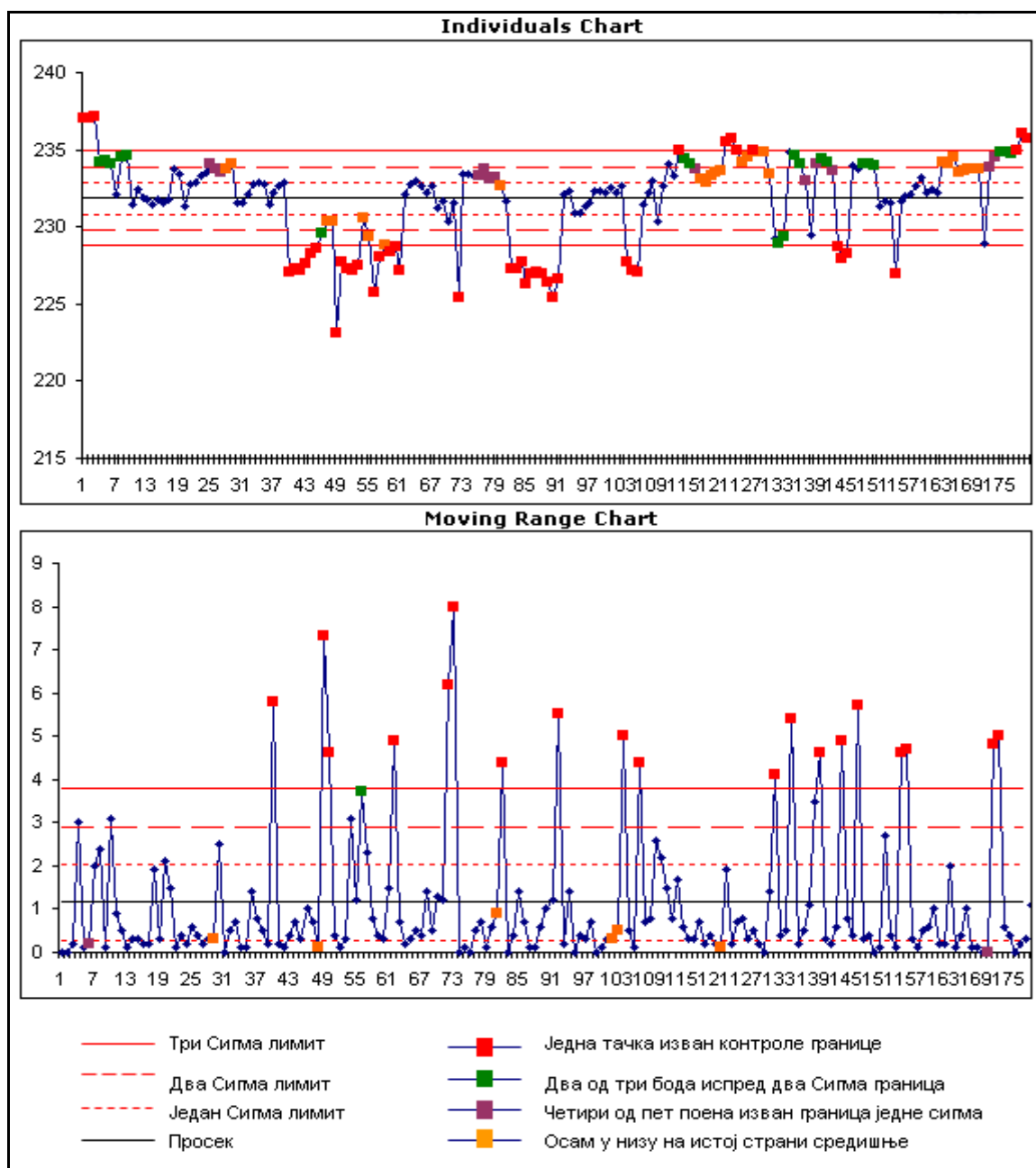


Slika 35: Kontrolna karta za napon kada je veličina podgrupe $n=1$

232,22	Srednja vrednost	233,3	x бар једна Сигма Горња граница	2,119	Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	235,4
1,2061	Prosečni raspon	234,4	Xbar two sigma Upper Limit	3,031	Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	229
1,069278	Procenjena devijacija	235,4	Xbar three sigma Upper Limit	3,944	Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	0,997558
180	Епој узорака	231,2	Xbar one sigma Lower Limit	0,294	Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	0,991323
1	velicina podgrupe	230,1	Xbar two sigma Lower Limit	n/a	Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	1,003793
180	Епој подгрупа	229	Xbar three sigma Lower Limit	n/a	Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	0,991323

Slika 36: Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **napon** u **petom** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

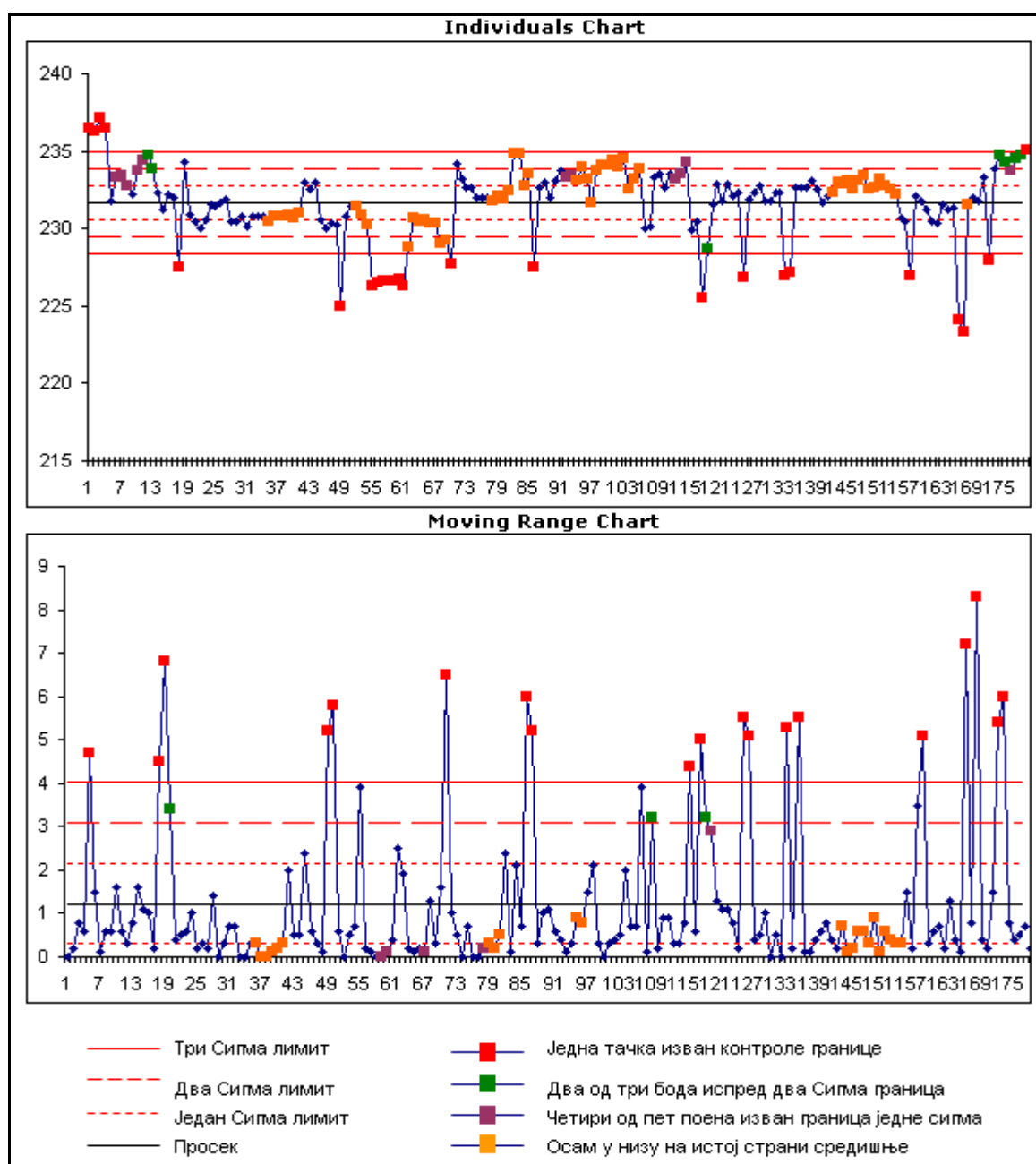


Slika 37: Kontrolna karta za napon kada je veličina podgrupe $n=1$

231,85	Srednja vrednost	232,9	x bar једна Сигма Горња граница	2,032	Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	234,9
1,157	Prosečni raspon	233,9	Xbar two sigma Upper Limit	2,908	Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	228,8
1,025694	Procenjena devijacija	234,9	Xbar three sigma Upper Limit	3,783	Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	0,991198
180	Број услова	230,8	Xbar one sigma Lower Limit	0,282	Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	0,991198
1	velicina podgrupe	229,8	Xbar two sigma Lower Limit	n/a	Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	0,991198
180	Број подгрупа	228,8	Xbar three sigma Lower Limit	n/a	Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	0,991198

Slika 38: Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **napon** u **šestom** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

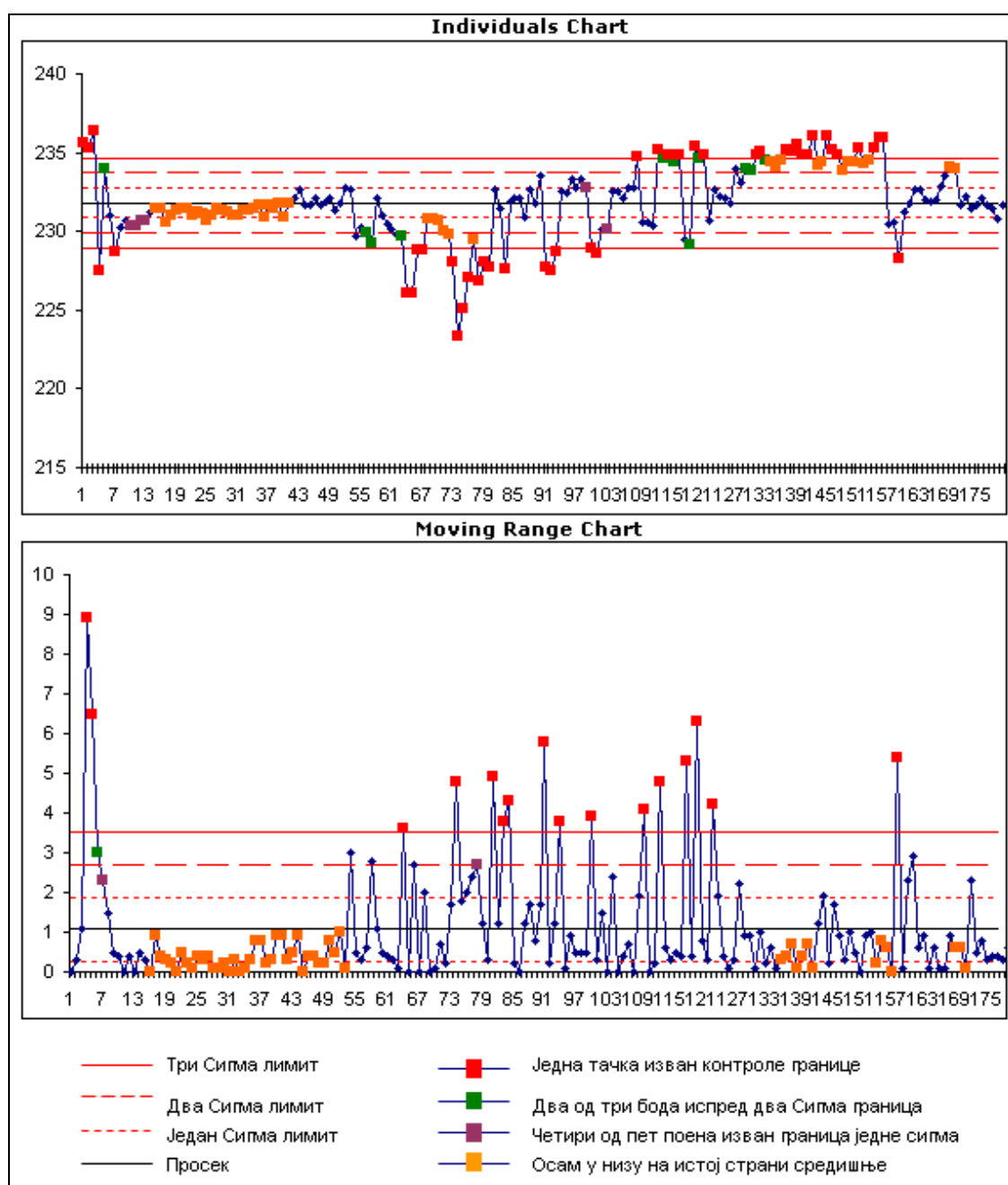


Slika 39: Kontrolna karta za napon kada je veličina podgrupe $n=1$

231,67	Srednja vrednost	232,8	x bar jedna Сигма Горња граница	2,165	Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	235
1,2324	Prosečni raspon	233,9	Xbar two sigma Upper Limit	3,097	Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	228,4
1,092555	Procenjena devijacija	235	Xbar three sigma Upper Limit	4,03	Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	1,006814
180	Epj usopaka	230,6	Xbar one sigma Lower Limit	0,3	Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	1,015967
1	velicina podgrupe	229,5	Xbar two sigma Lower Limit	n/a	Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	0,997661
180	Epj podgrupa	228,4	Xbar three sigma Lower Limit	n/a	Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	0,997661

Slika 40: Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **napon** u **sedmom** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**



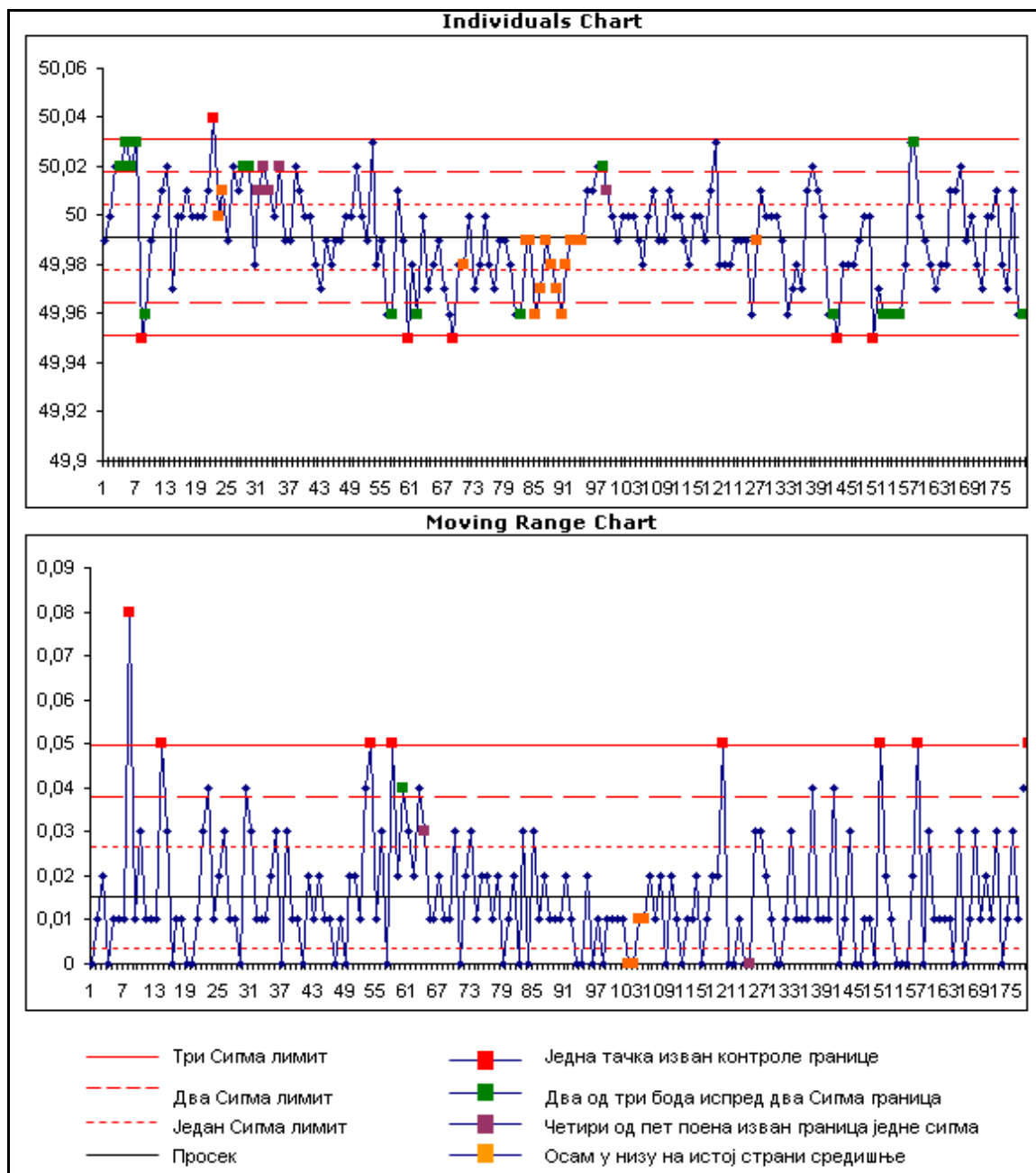
Slika 41: Kontrolna karta za napon kada je veličina podgrupe $n=1$

231,82	Srednja vrednost	232,8	Xbar jedna Sigma Горња граница	1,889	Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	234,7
1,0754	Prosečni raspon	233,7	Xbar two sigma Upper Limit	2,703	Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	229
0,953386	Procenjena devijacija	234,7	Xbar three sigma Upper Limit	3,517	Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	0,996449
180	Број узорaka	230,9	Xbar one sigma Lower Limit	0,262	Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	1,006938
1	velicina podgrupe	229,9	Xbar two sigma Lower Limit	n/a	Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	0,98596
180	Број подгрупа	229	Xbar three sigma Lower Limit	n/a	Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	0,98596

Slika 42: Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

5.3.7. Kontrolne karte za frekvenciju

Prikaz kontrolne karte za **frekvenciju** u **prvom** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

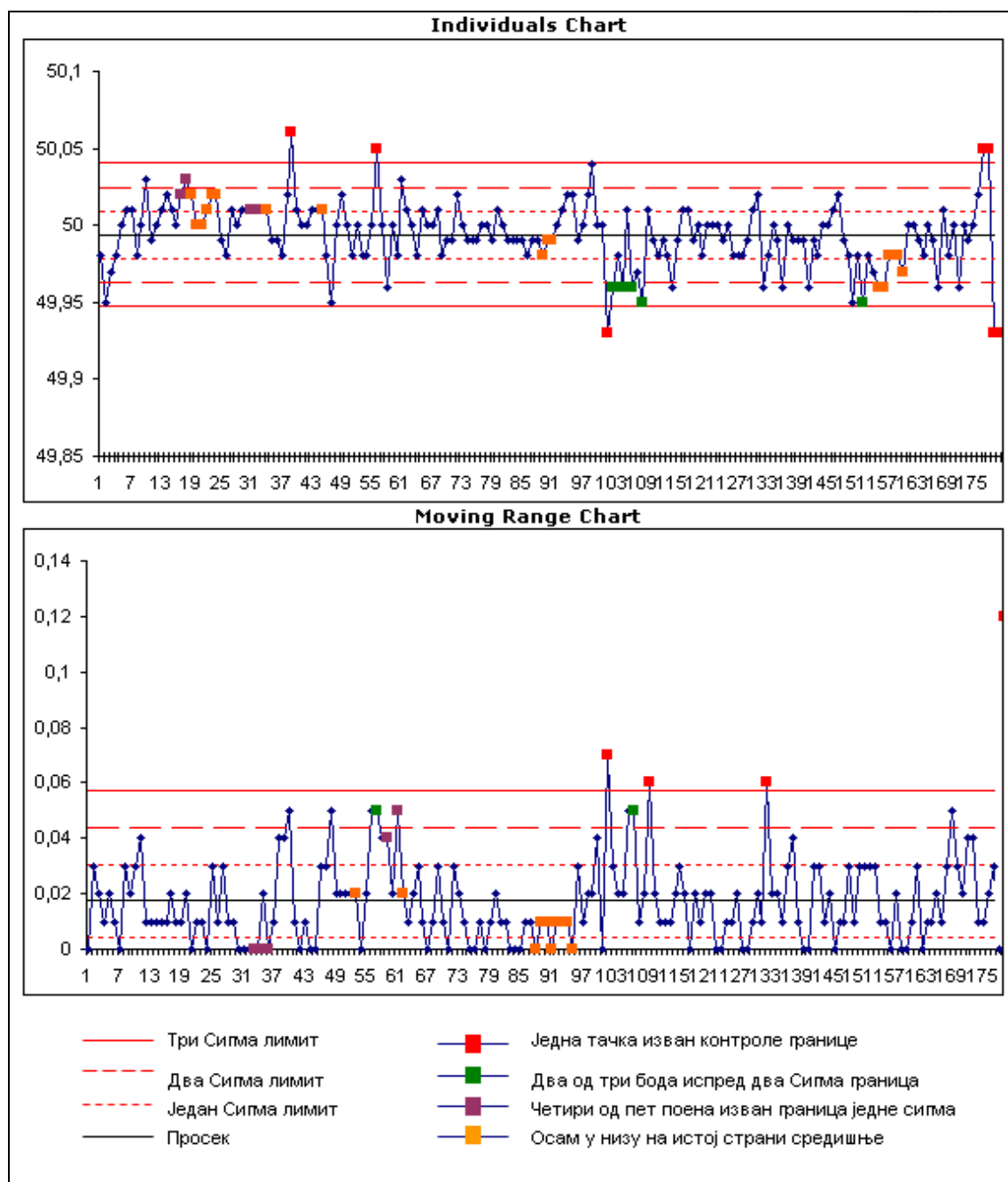


Slika 43: Kontrolna karta za frekvenciju kada je veličina podgrupe $n=1$

49,991	Srednja vrednost	50,01 x бар једна Сигма Горња граница	0,027	Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	50,03
0,0151	Prosečni raspon	50,02 Xbar two sigma Upper Limit	0,038	Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	49,95
0,013422	Procenjena devijacija	50,03 Xbar three sigma Upper Limit	0,05	Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	0,993417
180	Број узорака	49,98 Xbar one sigma Lower Limit	0,004	Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	0,968582
1	velicina podgrupe	49,96 Xbar two sigma Lower Limit	n/a	Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	1,018252
180	Број подгрупа	49,95 Xbar three sigma Lower Limit	n/a	Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	0,968582

Slika 44: Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **frekvenciju** u **drugom** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

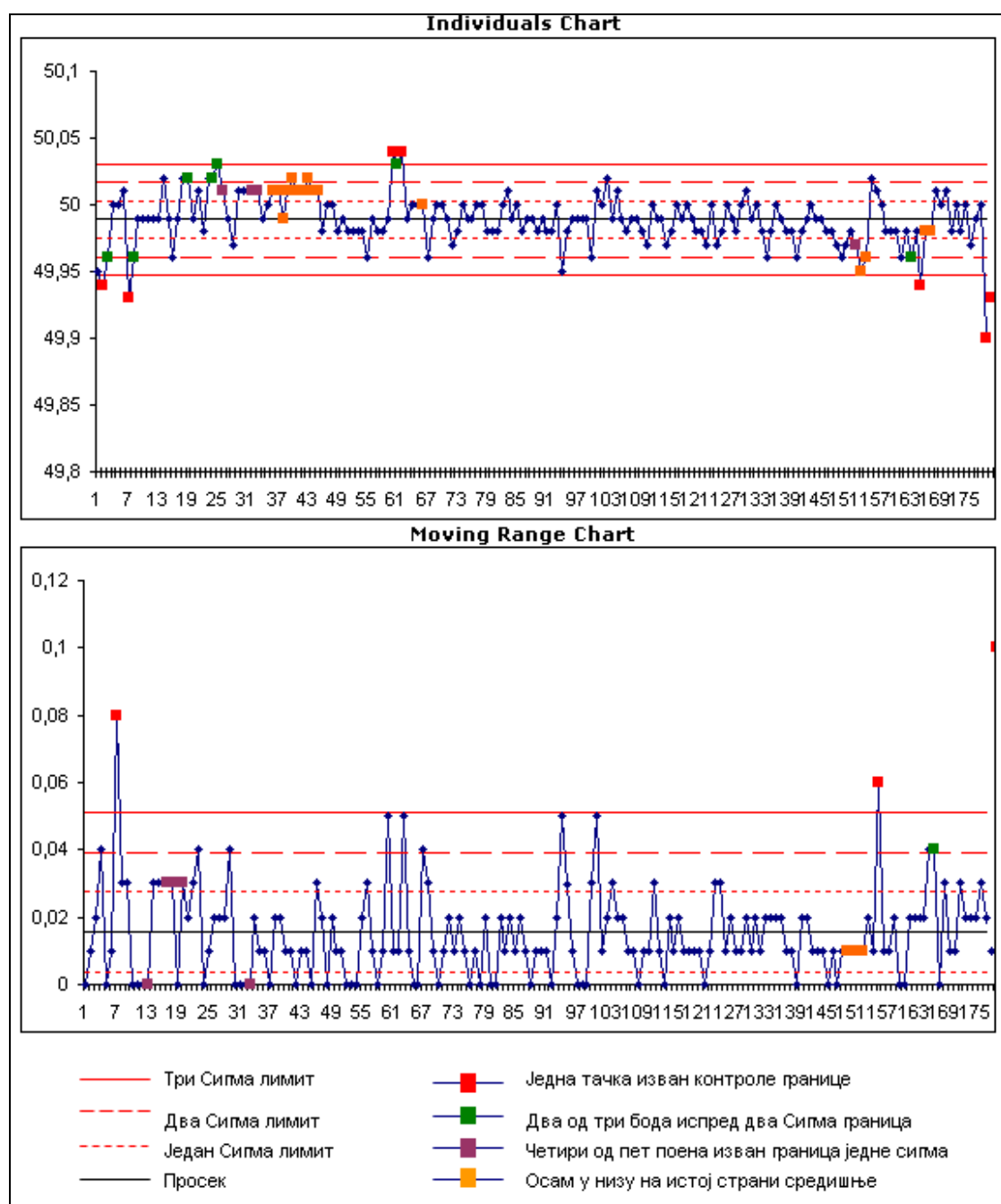


Slika 45: Kontrolna karta za frekvenciju kada je veličina podgrupe $n=1$

49,994	Srednja vrednost	50,01 $\times$ бар једна Сигма Горња граница	0,031 Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	50,04
0,0175	Prosečni raspon	50,03 Xbar two sigma Upper Limit	0,044 Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	49,95
0,015502	Procenjena devijacija	50,04 Xbar three sigma Upper Limit	0,057 Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	0,967629
180	Број исправа	49,98 Xbar one sigma Lower Limit	0,004 Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	0,989132
1	velicina podgrupe	49,96 Xbar two sigma Lower Limit	n/a Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	0,946127
180	Број подгрупа	49,95 Xbar three sigma Lower Limit	n/a Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	0,946127

Slika 46: Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **frekvenciju** u **trećem** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

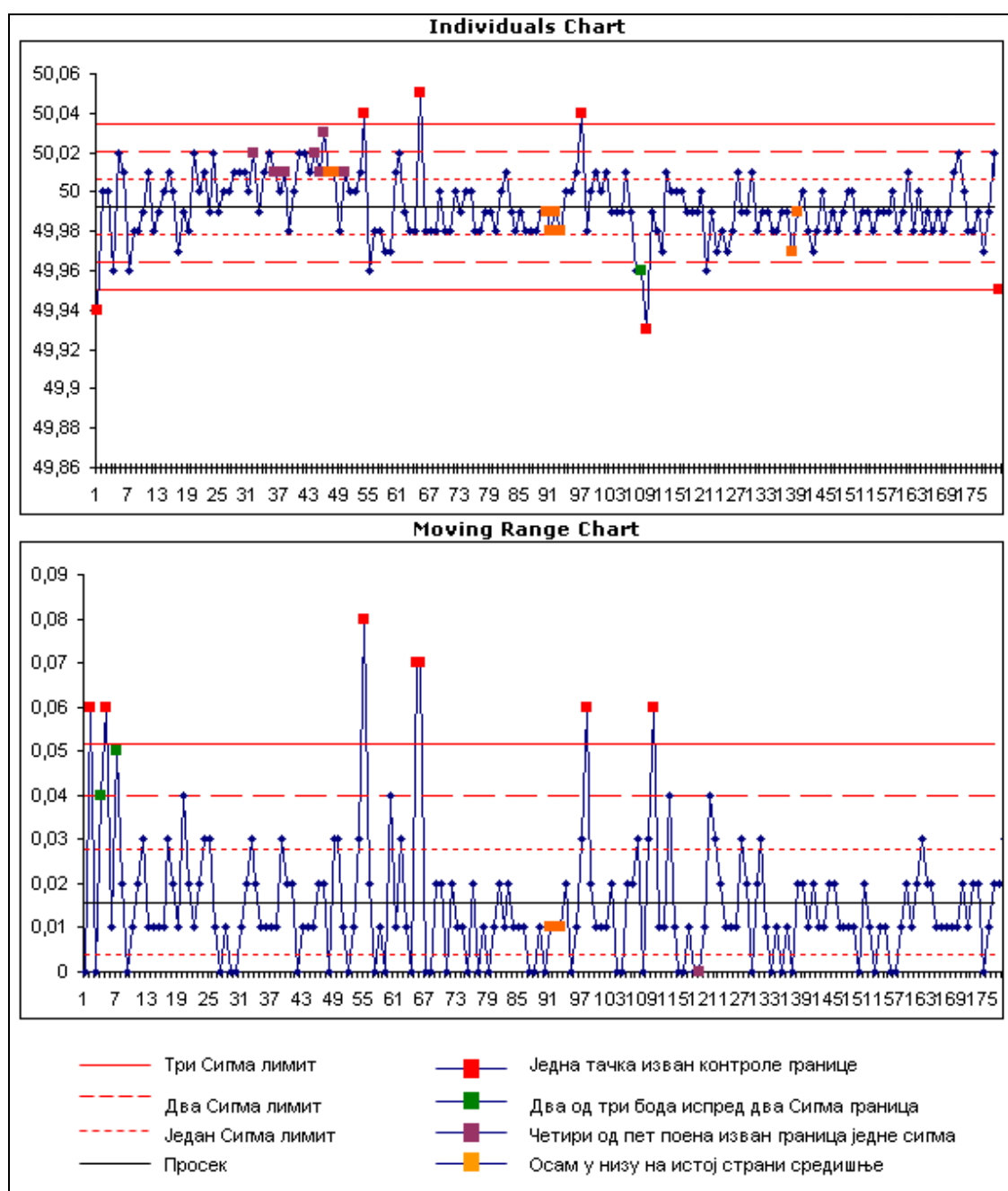


Slika 47: Kontrolna karta za frekvenciju kada je veličina podgrupe $n=1$

49,989	Srednja vrednost	50,03	x bar једна Сигма Горња граница	0,028	Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	50,03
0,0156	Prosečni raspon	50,02	Xbar two sigma Upper Limit	0,039	Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	49,95
0,013867	Procenjena devijacija	50,03	Xbar three sigma Upper Limit	0,051	Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	0,961486
180	Broj isporuka	49,98	Xbar one sigma Lower Limit	0,004	Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	0,985523
1	velicina podgrupe	49,96	Xbar two sigma Lower Limit	n/a	Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	0,937449
180	Broj podgrupa	49,95	Xbar three sigma Lower Limit	n/a	Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	0,937449

Slika 48: Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **frekvenciju** u četvrtom danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

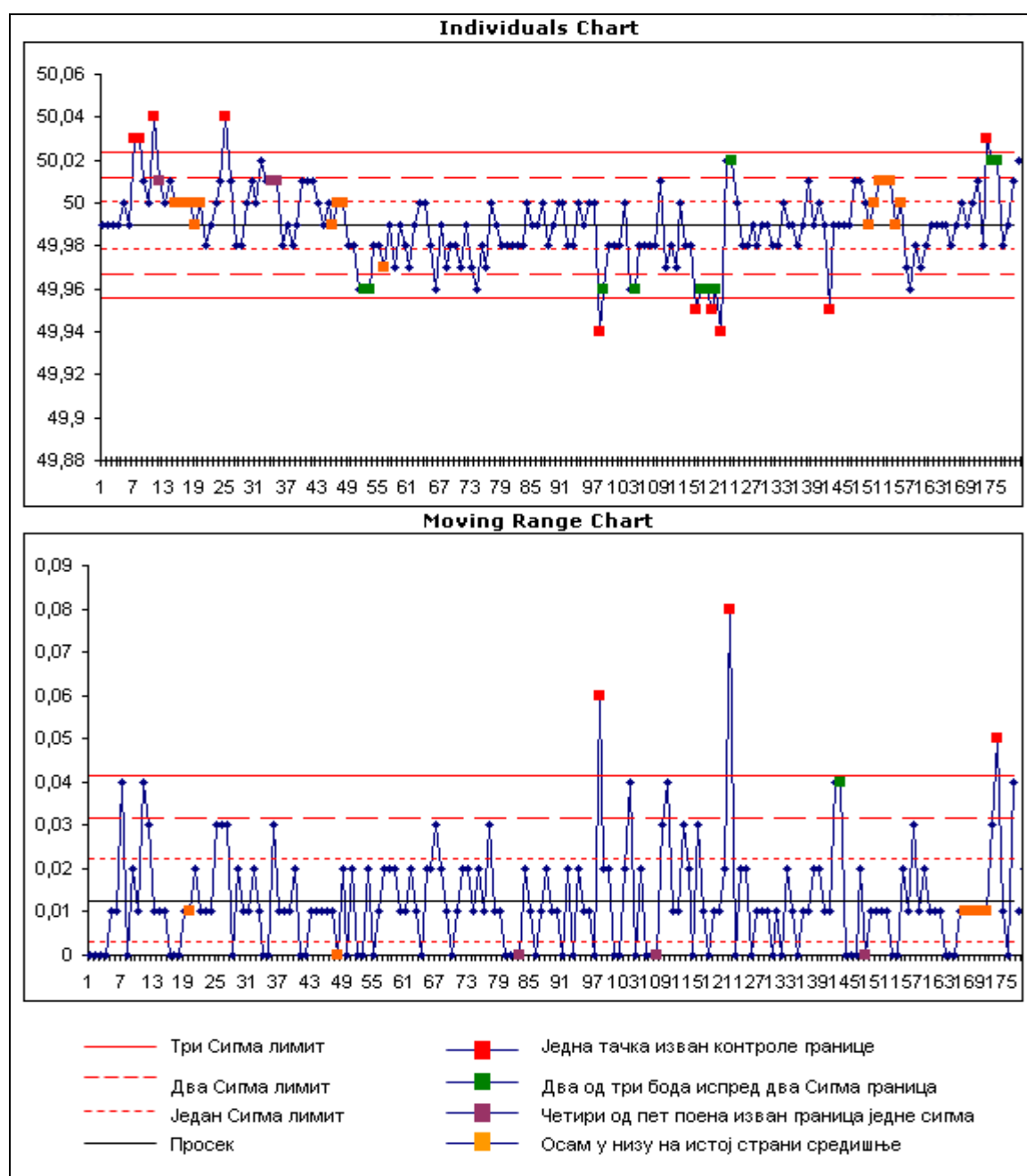


Slika 49: Kontrolna karta za frekvenciju kada je veličina podgrupe $n=1$

49,992 Srednja vrednost	50,01 x бар једна Сигма Горња граница	0,028 Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	50,03
0,0158 Prosečni raspon	50,02 Xbar two sigma Upper Limit	0,04 Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	49,95
0,014016 Procenjena devijacija	50,03 Xbar three sigma Upper Limit	0,052 Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	0,951293
180 Broj uspehaka	49,98 Xbar one sigma Lower Limit	0,004 Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	0,903729
1 velicina podgrupe	49,96 Xbar two sigma Lower Limit	n/a Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	0,998858
180 Broj podgrupa	49,95 Xbar three sigma Lower Limit	n/a Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	0,903729

Slika 50: Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **frekvenciju** u **petom** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

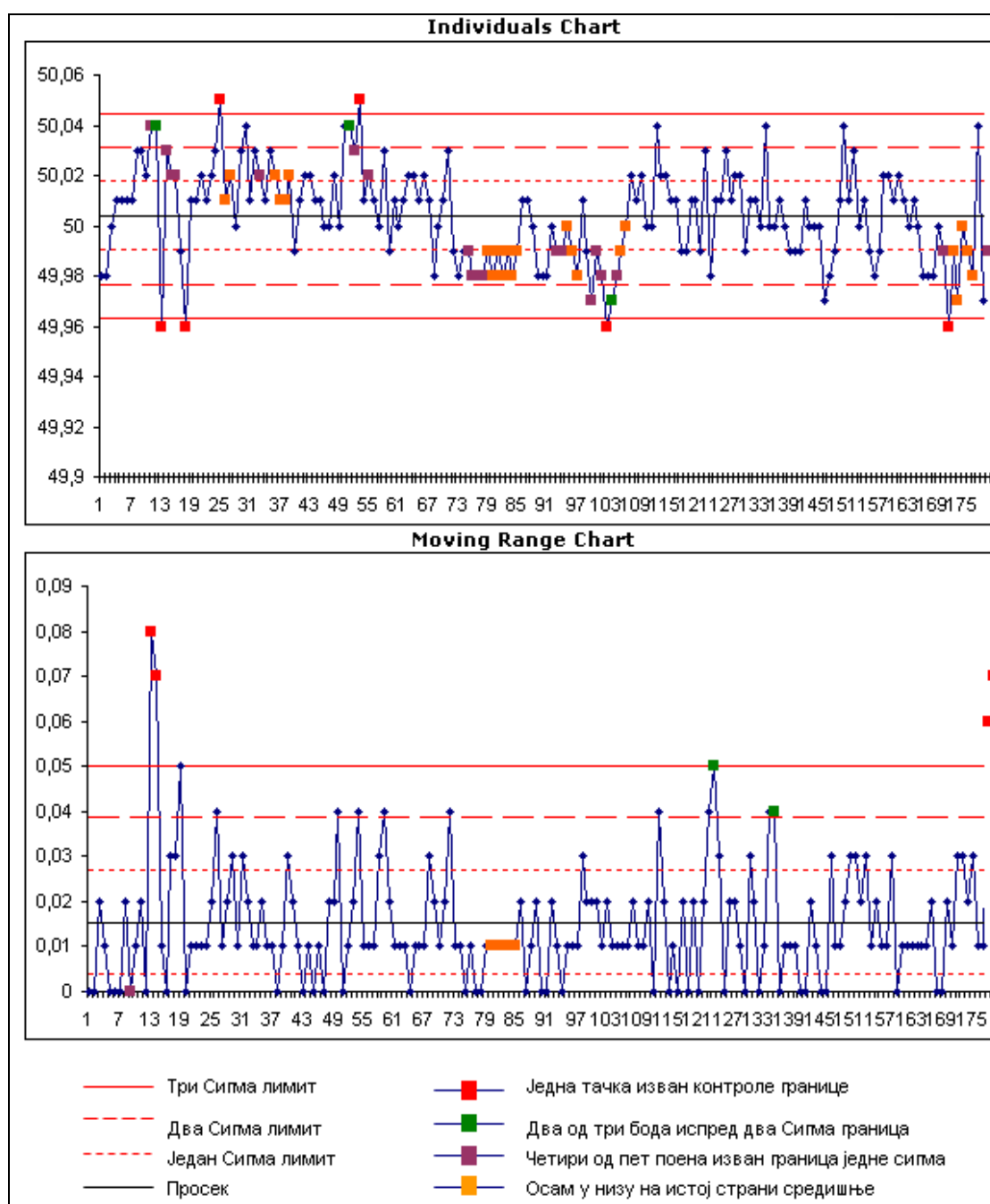


Slika 51. Kontrolna karta za frekvenciju kada je veličina podgrupe $n=1$

49,99	Srednja vrednost	50	x bar једна Сигма Горња граница	0,022	Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	50,02
0,0127	Prosečni raspon	50,01	Xbar two sigma Upper Limit	0,032	Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	49,96
0,011243	Procenjena devijacija	50,02	Xbar three sigma Upper Limit	0,042	Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	0,88948
180	Број усорока	49,98	Xbar one sigma Lower Limit	0,003	Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	0,88948
1	velicina podgrupe	49,97	Xbar two sigma Lower Limit	n/a	Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	0,88948
180	Број подгрупа	49,96	Xbar three sigma Lower Limit	n/a	Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	0,88948

Slika 52. Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **frekvenciju** u šestom danu, kada je veličina podgrupe **n=1**

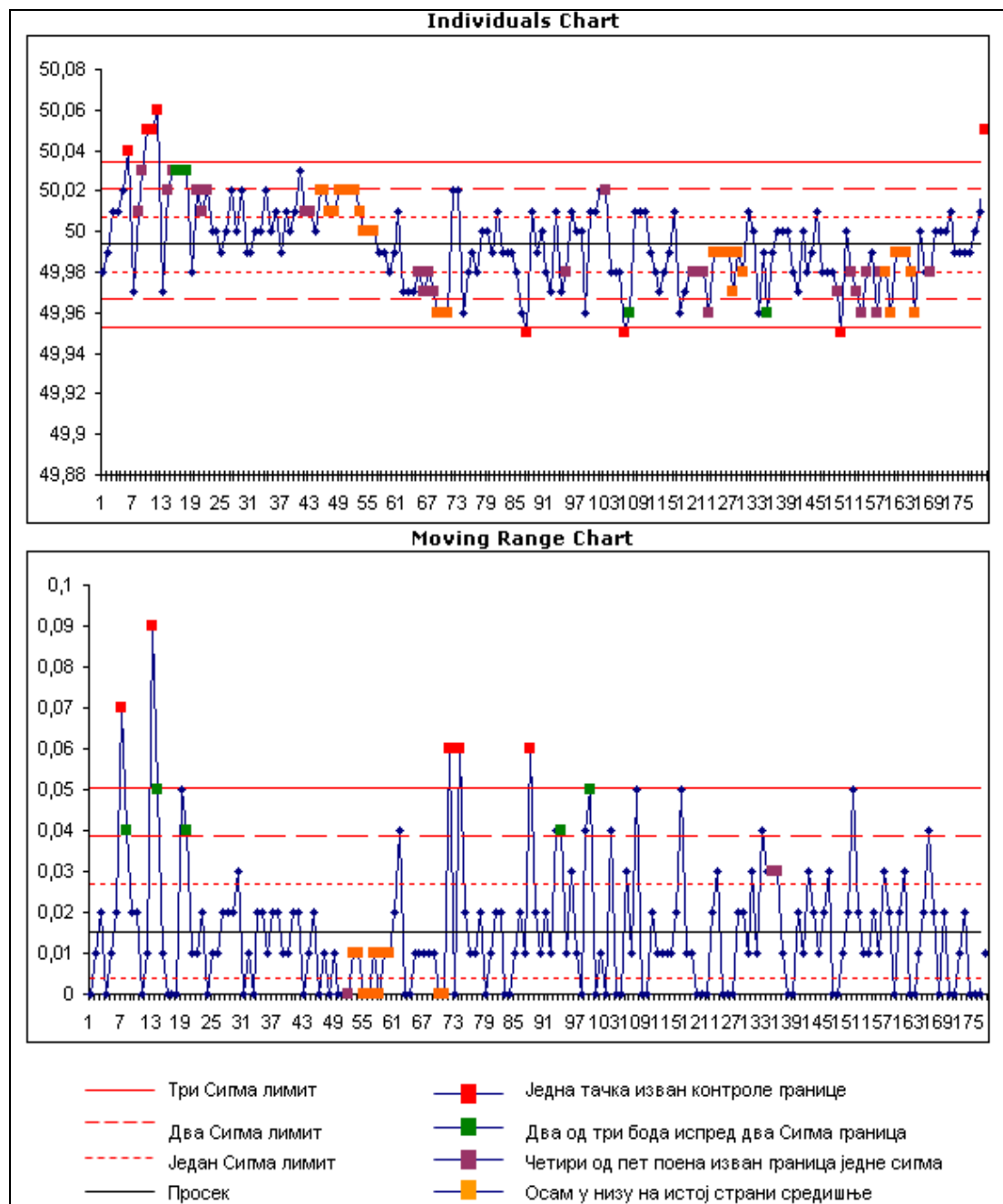


Slika 53. Kontrolna karta za frekvenciju kada je veličina podgrupe $n=1$

50,004	Srednja vrednost	50,02 x бар једна Сигма Горња граница	0,027 Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	50,05
0,0154	Prosečni raspon	50,03 Xbar two sigma Upper Limit	0,039 Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	49,96
0,01362	Procenjena devijacija	50,05 Xbar three sigma Upper Limit	0,05 Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	1,101338
180	Број услова	49,99 Xbar one sigma Lower Limit	0,004 Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	1,125812
1	velicina podgrupe	49,98 Xbar two sigma Lower Limit	n/a Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	1,076864
180	Број подгрупа	49,96 Xbar three sigma Lower Limit	n/a Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	1,076864

Slika 54. Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

Prikaz kontrolne karte za **frekvenciju** u **sedmom** danu, kada je veličina podgrupe **n=1**



Slika 55. Kontrolna karta za frekvenciju kada je veličina podgrupe $n=1$

49,994 Srednja vrednost	50,01 x бар једна Сигма Горња граница	0,027 Rbar one sigma Upper Limit	Gornja granica tolerancije	50,04
0,0154 Prosečni raspon	50,02 Xbar two sigma Upper Limit	0,039 Rbar two sigma Upper Limit	Donja granica tolerancije	49,95
0,01362 Procenjena devijacija	50,04 Xbar three sigma Upper Limit	0,05 Rbar three sigma Upper Limit	Indeks preciznosti procesa Cp	1,101338
180 Број услова	49,98 Xbar one sigma Lower Limit	0,004 Rbar one sigma Lower Limit	Cpu	1,125812
1 veličina podgrupe	49,97 Xbar two sigma Lower Limit	n/a Rbar two sigma Lower Limit	Cpl	1,076864
180 Број подгрупа	49,95 Xbar three sigma Lower Limit	n/a Rbar three sigma Lower Limit	Indeks sposobnosti/tačnosti procesa Cpk	1,076864

Slika 56. Vrednosti kontrolne karte za veličinu podgrupe $n=1$

6. ANALIZA DOBIJENIH REZULTATA

Pri normalnim pogonskim uslovima, bez uzimanja u obzir prekida napajanja, 95 % desetominutnih srednjih efektivnih vrednosti napona napajanja svakog nedeljnog intervala (bilo kojeg) mora biti u opsegu $U_n \pm 10 \%$, dok preostalih 5% može biti u rasponu $U_n \pm 15 \%$. Na osnovu deskriptivne statistike za period od nedelju dana dobijen je napon u granicama (219,8V : 239V). Ovim zaključujem da je napon bio u zadatim granicama Evropske norme EN 50160 koje iznose $230V \pm 10 \%$, odnosno (207V : 253V).

Frekvencija napona napajanja je 50 Hz. Pri normalnim pogonskim uslovima srednja vrednost osnovne frekvencije od deset sekundi u nekoj distributivnoj mreži mora biti u sledećim opsezima: 50 Hz +1% (tj. od 49,5 Hz do 50,5 Hz) tokom 95% nedelje, odnosno: 50 Hz +4% / -6% (tj. od 47 Hz do 52 Hz) tokom preostalih 5% nedelje. Prikupljeni podaci pokazuju da je frekvencija u periodu od nedelju dana bila u granicama (49,88 : 50,14). To ukazuje da su vrednosti frekvencije bile u okviru zadatog kriterijuma Evropske norme.

Prikupljena merenja su zatim podeljena na sedam stratum, pri čemu je stratum bio jedan dan, i iz njih je izvučen prost slučajan uzorak, veličine 180 observacija. 95%-tni intervali poverenja za stratum su bili precizni i tačni, i pokazali su da se stvarne vrednost nalaze u njima.

Analizom ukupnog broja observacija po stratumu, odnosno ukupnog broja sekundi merenja po jednom danu, uvideo sam da se podaci razlikuju, a ne bi smeli. Ukupan broj merenja po danu bu morao da bude: 60 sekundi * 60 minuta * 24 casa = 86.400 sekundi po danu. Uočena razlika je prikazana u narednoj tabeli.

Dani - Stratumi	Tačan broj merenja izražen u sekundama	Nh-broj observacija u stratumu izražen u sekundama	Razlika između tačnog i izmerenog vremena u sekundama
1. dan	86400	85439	961
2. dan	86400	85376	1024
3. dan	86400	85458	942
4. dan	86400	85605	795
5. dan	86400	85711	689
6. dan	86400	84945	1455
7. dan	86400	85182	1218

Tabela 10: Prikaz razlike tačnog i izmerenog vremena izraženog u sekundama

Rezultati iz tabele 10 pokazuju da nedostaje deo merenja. Postoje dva razloga za nedostatak merenja. Prvi razlog su prekidi, a drugi više verovatan je računar, koji mora da obavlja više operacija istovremeno, i jednostavno preskoči merenje. Windows ima niz rutinskih operacija koje se paralelno odvijaju kada računar radi. To se dešava sa osnovnim zadatkom koji on rešava, a to je u ovom slučaju očitavanje podataka sa instrumenta VMP-20.

Ti paralelni procesi su:

- čitanje i osvežavanje sata realnog vremena
- nadzor i ažuriranje sadržaja sa ekrana
- nadzor i kontrola periferija, u prvom redu tastature
- i ostale operacije...

Ovaj problem bi mogao da se reši ako bi se u potpunosti isključile određene operacije računara, ali to je jako teško, jer je sistem računara pod Windows-om sistemski podešen da ne dozvoljava isključivanje određenih aplikacija, dok pod Linux operativnim sistemom, to bi već bilo moguće. *Prekidi napajanja* su okarakterisani potpunim gubitkom napona (kada je napon ispod 10% od nazivne efektivne vrednosti) na jednoj ili više faza tokom dužeg vremenskog perioda. Prema Evropskoj normi EN 50160 nastupa između nekoliko desetina do hiljadu puta **godišnje**. U 70% slučajeva, trajanje je manje od 1s. U današnje vreme računari su od izuzetnog značaja u svim delatnostima. Kratkotrajni

prekidi napajanja mogu dovesti do značajnih problema u radu ove opreme. Vrlo lako dolazi do gubljenja važnih podataka, zastoja u komunikaciji i obustave radnog procesa, ali i kvara tih uređaja.

Na osnovu stratifikovanog uzorka su izrađene kontrolne karte za napon i frekvenciju, sa veličinom podgrupe $n=1$. Indeksi preciznosti procesa C_p i indeksi tačnosti procesa C_{pk} su u većini slučajeva bili ispod jedan, ili eventualno malo iznad jedan, što ukazuje da je sistem netačan, ili eventualno kritično tačan. Ovi rezultati su identični i za napon i frekvenciju.

Analizom kontrolnih karti se primećuje da je frekvencija mnogo stabilnija od napona, i da joj se retko pojavljuju odstupanja od preko $\pm 3\sigma$ od srednje vrednosti. Razlog leži u tome da na frekvenciju utiču veliki potrošači, kojih nema puno u Somboru. Sa druge strane, napon je veoma promenljiv, i često krši „četiri pravila” kontrolnih karti, a ima i dosta vrednosti koje prelaze granicu tri sigme. Ovo ukazuje, da napon iako zadovoljava standarde Evropske norme EN 50160, je dosta promenljiv, i da njegova vrednost jako varira. To ima veliki uticaj na elektronske uređaje, i ukazuje na to da bi Elektroprivreda Srbije, odeljenje u Somboru, trebalo da popravi karakteristike napona, i potruži se da ga stabilizuje, što je moguće više, odnosno da ne dozvoli ogromna oscilovanja vrednosti.

7. ZAKLJUČAK

Na osnovu prikazanih rezultata može se zaključiti da napon meren u Somboru, na tačno određenoj lokaciji, zadovoljava standarde Evropske norme EN 50160.

Na osnovu kontrolnih karata, vidi se da je kvalitet frekvencije, mnogo bolji, tj. stabilniji u odnosu na napon. Napon veoma osciluje, što nije dobro, pogotovo za elektronske uređaje.

Ovim merenjem je obuhvaćen jedan potrošač. Ovo nije dovoljno reprezentativno da bi se izvukli zaključci za kvalitet električne energije u gradu Somboru. Međutim, sa druge strane Evropska norma EN 50160, jasno definiše standarde koji važe bez obzira gde i kada se vrše merenja. Ovi kriterijumi su jednaki za sva domaćinstva i oni MORAJU biti zadovoljeni.

Vremenski odsečak od nedelju dana (minimalno razdoblje propisano normom EN 50160) nije dovoljno reprezentativan da bi se za neko posmatrano mesto dao siguran zaključak o kvalitetu električne energije. U skladu sa tim, bi eventualno moglo da se ponovi merenje na istoj lokaciji, ali u nekom drugom vremenskom periodu.

Ako bi rezultati dobijeni u ovom radu bili potvrđeni na različitim lokacijama i vremenskim periodima, Eledistribucija Srbije, odeljenje Sombor, bi morali da porade na poboljšanju kvaliteta električne energije.

Literatura

- [1] Stones, J., Collinson, A. (2001). Power quality. Power Engineering Journal, 15 (2), 58-64.
- [2] Ghandehari, R., Jalilian, A. (2004). Economical impacts of power quality in power systems. In 39th International Universities Power Engineering Conference (UPEC 2004), 6-8 September 2004. IEEE, Vol. 2, 893-897.
- [3] Thapar, A., Saha, T.K., Zhao, Y.D. (2004). Investigation of power quality categorisation and simulating its impact on sensitive electronic equipment. In IEEE Power Engineering Society General Meeting, 6-10 June 2004. IEEE, Vol. 1, 528-533.
- [4] Sermon, R.C. (2005). An overview of power quality standards and guidelines from the end-user's point-ofview. In Rural Electric Power Conference, 8-10 May 2005. IEEE, B1/1-B1/5.
- [5] Rivier, J. , Gómez, T., “A conceptual framework for power quality regulation”, Harmonics and Quality of Power, 2000. Proceedings. Ninth International Conference on (Volume:2)
- [6] Papathanassiou, S.A., Hatziargyriou, N.D. “Technical requirements for the connection of dispersed generation to the grid”, Power Engineering Society Summer Meeting, 2001 (Volume:2)
- [7] Diez, G. , Eguiluz, L.I. ; Maana, M. ; Lavandero, J.C. ; Ortiz, A., “Instrumentation and methodology for revision of European flicker threshold”, Harmonics and Quality of Power, 2002. 10th International Conference on (Volume:1)
- [8] Željko Novinc, Kvalitet električne energije, Osjek, 2006.
- [9] European Committee for Standardization. (1999). Voltage Characteristics of Electricity Supplied by Public Distribution Systems. European Standard EN 50160.
- [10] V.V. Vujicic, I. Zupunski, Z. Mitrovic and M.A. Sokola, "Measurement in a point versus measurement over an interval." Proc. of the IMEKO XIX World Congress; Lisbon, Portugal. Sep. 2009. pp. 1128-1132 no. 480
- [11] Digital Stochastic Measurement of a Nonstationary Signal With an Example of EEG Signal Measurement, IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT, VOL. 60, NO. 9, SEPTEMBER 2011, Platon M. Sovilj, Slobodan S. Milovancev, and Vladimir Vujicic

- [12] Szmajda, M., Gorecki, K., Mroczka, J. (2007). DFT algorithm analysis in low-cost power quality measurement systems based on a DSP processor. In 9th International Conference on Electrical Power Quality and Utilisation (EPQU 2007), 9-11 October 2007. IEEE, 1-6.
- [13] V. Pjevalica and V.V. Vujicic, "Further Generalization of the Low-Frequency True-RMS Instrument." IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 59, no. 3, March 2010. pp. 736-744.
- [14] B.M. Santrac, M.A. Sokola, Z. Mitrovic, I. Zupunski and V.V. Vujicic, "A Novel Method for Stochastic Measurement of Harmonics at Low Signal-to-Noise Ratio." IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 58, no. 10, pp. 3434-3441, Oct. 2009.
- [15] D. Pejić, M. Urekar, V. Vujičić and S. Avramov-Zamurović, "Comparator offset error suppression in stochastic converters used in a watt-hour meter." , in Proc. CPEM 2010, Proceedings; Korea. June 2010.
- [16] M. Bobrek, M. Soković, P. Sovilj, Z. Tanasić, Upravljanje kvalitetom, Mašinski fakultet Banja Luka, 2006, COBISS.SI-ID 9822491
- [17] Mandache, L., Al-Haddad, K. (2005). New high precision harmonic analysis method for power quality assessment. In Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE 2005), 1-4 May 2005. IEEE, 1958-1961.
- [18] D. Pejic and V. Vujicic, "Accuracy limit of high-precision stochastic Watthourmeter," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 49, no. 3, pp. 617–620, Jun. 2000.
- [19] D. Pejic, Stohastičko merenje električne snage i energije, doktorska teza, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2010.
- [20] Sharon L. Lohr, Sampling: Design and Analysis, Arizona state university 1999.
- [21] Douglas C. Montgomery, Introduction to Statistical Quality Control, John Wiley & Sons, 2009
- [22] Aleksandar Drenovac, Bratislav Drenovac, Dušan Drenovac: Kontrolne karte kao sredstvo statističke kontrole kvaliteta, VOJNOTEHNIČKI GLASNIK 2013., Vol. LXI, No. 1
- [23] L. Y. Chan, M. Xie & T.N. Goh, "Cumulative quantity control charts for monitoring production processes", International Journal of Production Research Volume 38, Issue 2, 2000
- [24] American Society for Quality, <http://asq.org/learn-about-quality/data-collection-analysis-tools/overview/control-chart.html> , sajt posećen dana 21.8.2013.

BIOGRAFIJA

Rođen sam 01.12.1982. u Somboru. Osnovnu školi „Sonja Marinković“ u Novom Sadu, završio sam 1998. godine, sa odličnim uspehom. Srednje tehničku školu u Somboru sam završio 2002. godine. Od oktobra te godine sam redovan student Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu, odsek za matematiku i informatiku, smer inženjer matematike. Diplomirao sam sa prosečnom ocenom (8.40/10.00). Master studije primenjene statistike upisujem 2011 godine. Sve ispite sam položio u roku, sa prosečnom ocenom 9.13.

Za vreme studija sam učestovao na mnogobrojnim međunarodnim i domaćim takmičenjima, sa proizvodom Magnetni omekšivač vode. Na njima sam osvojio mnoga značajna priznanja. Aktivno se bavim trgovinom akcijama Beogradske berze od 2005. godine. Kao dvostruki finalista takmičenja „Najbolja tehnološka inovacija“, ovladao sam tehnikama za pisanje biznisplanova

