



Univerzitetski centar za primenjenu statistiku
Univerzitet u Novom Sadu



Poređenje metoda ocenjivanja parametara
na podacima iz psiholingvističkih eksperimenata

-Master rad -

Mentor:

prof. dr Petar Milin

Kandidat:

Nemanja Vaci

PS 01/2011

Novi Sad, 2013.

Univerzitet u Novom Sadu

Univerzitetski centar za primenjenu statistiku

Ključna dokumentacijska informacija

Redni broj: RBR	
Identifikacioni broj: IBR	04-84/16
Tip dokumentacije: TD	Monografska dokumentacija
Tip zapisa: TZ	Tekstualni štampani materijal
Vrsta rada (dipl., mag., dokt.): VR	Master rad
Ime i prezime autora: AU	Nemanja Vaci
Mentor (titula, ime, prezime, zvanje): MN	Prof. dr Petar Milin
Naslov rada: NR	Poređenje metoda ocenjivanja parametara na podacima iz psiholingvističkih eksperimenata
Jezik publikacije: JP	Srpski
Jezik izvoda: JI	srp. / eng.
Zemlja publikovanja: ZP	Srbija
Uže geografsko područje: UGP	Novi Sad, Vojvodina

Godina: GO	2013.
Izdavač: IZ	autorski reprint
Mesto i adresa: MA	Trg Dositeja Obradovića 5

Fizički opis rada: FO	(6 poglavlja / 46 strana / 1 formula / 26 grafikona / 61 bibliografska referenca / 2 priloga)
Naučna oblast: NO	Statistika
Naučna disciplina: ND	Statistika u društvenim naukama
Predmetna odrednica, ključne reči: PO	metod najmanjih kvadrata, metod limitirane maksimalne verodostojnosti, bejzova linearna regresija, vreme reakcije
UDK	
Čuva se: ČU	
Važna napomena: VN	
Izvod: IZ	Cilj ovog istraživanja bio je da ispita robusnost različitih metoda ocenjivanja regresionih parametara na podacima iz psiholingvističkih eksperimenata, u kojima je vreme reagovanja tipična mera odgovora. Istraživači prilikom obrade vremena reakcije uprosečavaju dobijene vrednosti i primenjuju analize iz porodice generalnih linearnih modela. U skladu sa tim, pretpostavke za primenu ovih postupaka jesu normalnost distribucije, homogenost varijansi i nezavisnost merenja. Navedeni uslovi, međutim, najčešće nisu zadovoljeni zadovoljeni, pa se pribegava

	transformacijama sirovih vrednosti i eliminisanju uticajnih vrednosti (odstupajućih – <i>outliers</i>; istupajućih – <i>extreme values</i>). Ove operacije menjaju distribuciju vremena reakcije i omogućuju primenu parametrijskih statistika. Ipak, transformisanjem vrednosti gubi se deo informacija sadržan u originalnoj raspodeli. Iz ovih razloga, manji broj istraživanja primenjuje nelinearno modelovanje raspodele vremena reakcije. U ovom istraživanju regresioni parametri su ocenjivani pomoću tri postupka: a) klasičnim postupkom – metodom najmanjih kvadrata, zatim b) metodom limitirane maksimalne verodostojnosti i, konačno, c) bejzovom linearnom regresijom. U prvom koraku, za analizu podataka korišćeni su empirijski podaci koji su dobijeni u eksperimentalnoj studiji u kojoj je mereno vreme čitanja rečenica. Zatim su korišćene računarski simulirane vrednosti. Rezultati su pokazali veliku sličnost regresionih ocena dobijenih pomoću sva tri metoda na podacima iz eksperimenta. Slični rezultati su dobijeni i na sirovim vrednostima koji su generisani računarskom simulacijom. Ipak, na osnovu rezultata se može izvesti zaključak da metod limitirane maksimalne verodostojnosti ima najuže intervale poverenja. Rezultati, dalje, pokazuju da sva tri metoda pristrasno ocenjuju regresione parametre, u slučaju kada su uslovi za primenu analiza povređeni. Analize na transformisanoj raspodeli simuliranih vrednosti pokazuju da ocene dobijene pomoću tri primenjena metoda variraju oko populacionog parametra. Kao i u prethodnim analizama, metod limitirane maksimalne verodostojnosti ima najuže intervale poverenja. Dodatno, ovaj metod pokazuje nepristrasnost prilikom ocenjivanja regresionih parametara na transformisanim vrednostima. Ukupno gledano, rezultati pokazuju da prilikom obrade vremena reakcije metod limitirane maksimalne verodostojnosti pokazuje najveću robusnost na povredu uslova prilikom sprovođenja analize. Slične rezultate pokazuje i metod bejzove
--	---

	linearne regresije, dok je metod najmanjih kvadrata osetljiv na povredu uslova. Metod limitirane maksimalne verodostojnosti je, ukupno posmatrano, najadekvatniji postupak za obradu vremena reagovanja.
Datum prihvatanja teme od strane NN veća: DP	29. 4. 2013.
Datum odbrane: DO	27. 5. 2013.
Članovi komisije: (ime i prezime / titula / zvanje / naziv organizacije / status) KO	predsednik: prof. dr Zorana Lužanin, redovni profesor, PMF, Novi Sad, predsednik . član: prof. dr Petar Milin, vanredni profesor, Filozofski fakultet, Novi Sad, mentor. član: prof. dr Andreja Tepavčević, redovni profesor, PMF, Novi Sad, član.

University of Novi Sad
University Center for Applied Statistics
Key word documentation

Accession number: ANO	
Identification number: INO	04-84/16
Document type: DT	Monograph documentation
Type of record: TR	Textual printed material
Contents code: CC	Master thesis
Author: AU	Nemanja Vaci
Mentor: MN	Prof. Dr. Petar Milin
Title: TI	Robustness of methods for estimating regression parameters: Case of psycholinguistics data.
Language of text: LT	Serbian
Language of abstract: LA	eng. / srp.
Country of publication: CP	Serbia

Locality of publication: LP	Novi Sad, Vojvodina
Publication year: PY	2013.
Publisher: PU	Author's publication
Publication place: PP	Trg Dositeja Obradovića 5

Physical description: PD	(6 chapters / 46 pages / 1 formula / 26 graphs / 61 bibliographic citations / 2 appendices)
Scientific field SF	Applied statistics
Scientific discipline SD	Statistics in social sciences
Subject, Key words SKW	least squares method restricted maximum likelihood method, Bayesian linear regression, reaction time.
UC	
Holding data: HD	
Note: N	
Abstract: AB	The aim of this study was to examine robustness of different methods for estimating regression parameters on the data from psycholinguistics researches. In these studies, the usual dependent variable is reaction time. Most analyses on reaction time are conducted by performing statistical

	procedures from the family of general linear models on aggregated data, based on subject or item means. Unfortunately, these methods are usually inappropriate for RT data. Namely, distribution of the dependent variable violates assumptions of these procedures (e.g. normality of measure, independence of observations and homoscedasticity). Because of that, studies that deal with reaction time data usually transform and change original values, additionally they truncate spurious data. On the one hand, these transformations help to approximate normality of dependent variable. On the other hand, transformations and eliminations of original observations lead to significant loss of information contained in RT data. Because of this, small numbers of researches are conducting nonlinear modeling of reaction time data. In this study, we estimated regression parameters with three methods: a) least squares method b) restricted maximum likelihood method, and c) Bayesian linear regression. Firstly, we performed analysis on empirical data, obtained in sentence reading experiment. Secondly, analyses were performed on simulated data. Analysis on experimental data showed similarity in parameter estimation. We obtained the same structure of results on original distribution of simulated values. However, estimates calculated by restricted maximum likelihood have narrower confidence intervals. Furthermore, all three methods show bias while estimating population parameter, in case when assumptions of procedures are not satisfied. Similar results are shown while analyzing transformed values of reaction time. Restricted maximum likelihood method calculates population parameter with narrow confidence intervals, while least squares method has wide confidence intervals. Additionally, restricted maximum likelihood method does not show bias while estimating population parameter.
--	--

	Present results strongly favor restricted maximum likelihood method while analyzing original and transformed reaction time values. Bayesian linear regression is also adequate for analyzing this kind of data, because estimates also have narrow confidence intervals. However, results show that the least square method is most sensitive to the violation of the conditions.
Accepted on Scientific Board on: AS	29. 4. 2013.
Defended: DE	27. 5. 2013.
Thesis Defend Board: DB	president: Prof. Dr. Zorana Lužanin, professor, PMF, Novi Sad. member: Prof. Dr. Petar Milin, associate professor, Faculty of Philosophy, Novi Sad, mentor. member: Prof. Dr. Andreja Tepavčević, professor, PMF, Novi Sad.

Apstrakt

Cilj ovog istraživanja bio je da ispita robusnost različitih metoda ocenjivanja regresionih parametara na podacima iz psiholingvističkih eksperimenata, u kojima je vreme reagovanja tipična mera odgovora. Istraživači prilikom obrade vremena reakcije uprosečavaju dobijene vrednosti i primenjuju analize iz porodice generalnih linearnih modela. U skladu sa tim, pretpostavke za primenu ovih postupaka jesu normalnost distribucije, homogenost varijansi i nezavisnost merenja. Navedeni uslovi, međutim, najčešće nisu zadovoljeni, pa se pribegava transformacijama sirovih vrednosti i eliminisanju uticajnih vrednosti (odstupajućih – *outliers*; istupajućih – *extreme values*). Ove operacije menjaju distribuciju vremena reakcije i omogućuju primenu parametrijskih statistika. Ipak, transformisanjem vrednosti gubi se deo informacija sadržan u originalnoj raspodeli. Iz ovih razloga, manji broj istraživanja primenjuje nelinearno modelovanje raspodele vremena reakcije.

U ovom istraživanju regresioni parametri su ocenjivani pomoću tri postupka: a) klasičnim postupkom – metodom najmanjih kvadrata, zatim b) metodom limitirane maksimalne verodostojnosti i, konačno, c) bežovom linearnom regresijom. U prvom koraku, za analizu podataka korišćeni su empirijski podaci koji su dobijeni u eksperimentalnoj studiji u kojoj je mereno vreme čitanja rečenica. Zatim su korišćene računarski simulirane vrednosti.

Rezultati su pokazali veliku sličnost regresionih ocena dobijenih pomoću sva tri metoda na podacima iz eksperimenta. Slični rezultati su dobijeni i na sirovim vrednostima koji su generisani računarskom simulacijom. Ipak, na osnovu rezultata se može izvesti zaključak da metod limitirane maksimalne verodostojnosti ima najuže intervale poverenja. Rezultati, dalje, pokazuju da sva tri metoda pristrasno ocenjuju regresione parametre, u slučaju kada su uslovi za primenu analiza povređeni. Analize na transformisanoj raspodeli simuliranih vrednosti pokazuju da ocene dobijene pomoću tri primenjena metoda variraju oko populacionog parametra. Kao i u prethodnim analizama, metod limitirane maksimalne verodostojnosti ima najuže intervale poverenja. Dodatno, ovaj metod pokazuje nepristrasnost prilikom ocenjivanja regresionih parametara na transformisanim vrednostima.

Ukupno gledano, rezultati pokazuju da prilikom obrade vremena reakcije metod limitirane maksimalne verodostojnosti pokazuje najveću robusnost na povredu uslova prilikom sprovođenja analize. Slične rezultate pokazuje i metod bežove linearne regresije, dok je metod najmanjih kvadrata osetljiv na povredu uslova. Metod limitirane maksimalne verodostojnosti je, ukupno posmatrano, najadekvatniji postupak za obradu vremena reagovanja.

Ključne reči: metod najmanjih kvadrata, metod limitirane maksimalne verodostojnosti, bežova linearna regresija, vreme reakcije.

Abstract

The aim of this study was to examine robustness of different methods for estimating regression parameters on the data from psycholinguistics researches. In these studies, the usual dependent variable is reaction time. Most analyses on reaction time are conducted by performing statistical procedures from the family of general linear models on aggregated data, based on subject or item means. Unfortunately, these methods are usually inappropriate for RT data. Namely, distribution of the dependent variable violates assumptions of these procedures (e.g. normality of measure, independence of observations and homoscedasticity). Because of that, studies that deal with reaction time data usually transform and change original values, additionally they truncate spurious data. On the one hand, these transformations help to approximate normality of dependent variable. On the other hand, transformations and eliminations of original observations lead to significant loss of information contained in RT data. Because of this, small numbers of researches are conducting nonlinear modeling of reaction time data.

In this study, we estimated regression parameters with three methods: a) least squares method b) restricted maximum likelihood method, and c) Bayesian linear regression. Firstly, we performed analysis on empirical data, obtained in sentence reading experiment. Secondly, analyses were performed on simulated data.

Analysis on experimental data showed similarity in parameter estimation. We obtained the same structure of results on original distribution of simulated values. However, estimates calculated by restricted maximum likelihood have narrower confidence intervals. Furthermore, all three methods show bias while estimating population parameter, in case when assumptions of procedures are not satisfied.

Similar results are shown while analyzing transformed values of reaction time. Restricted maximum likelihood method calculates population parameter with narrow confidence intervals, while least squares method has wide confidence intervals. Additionally, restricted maximum likelihood method does not show bias while estimating population parameter.

Present results strongly favor restricted maximum likelihood method while analyzing original and transformed reaction time values. Bayesian linear regression is also adequate for analyzing this kind of data, because estimates also have narrow confidence intervals. However, results show that the least square method is most sensitive to the violation of the conditions.

Keywords: least squares method restricted maximum likelihood method, Bayesian linear regression, reaction time.

Sadržaj

Uvod.....	2
Problem istraživanja i hipoteze.....	6
Statističke procedure	7
Metod najmanjih kvadrata	7
Metod limitirane maksimalne verodostojnosti	7
Metod bejzove linearne regresije	8
Pretpostavke	9
Metod.....	10
Eksperimentalni podaci.....	10
Ispitanici	10
Nacrt.....	10
Procedura.....	12
Računarski simulirani podaci	13
Procedura prilikom obrade računarski simuliranih podataka	14
Rezultati	15
Rezultati analiza na eksperimentalnim podacima	15
Metod najmanjih kvadrata	15
Metod limitirane maksimalne verodostojnosti	16
Metod bejzove linearne regresije	17
Rezultati analiza na računarski simuliranim vrednostima	18
Analize na originalnoj distribuciji računarski simuliranih vrednosti	19
Analize na transformisanoj raspodeli računarski simuliranih vrednosti.....	22
Diskusija	26
Zaključak	32
Reference.....	32
Prilozi.....	37
Prilog A: Kod napisan u R-u za potrebe simulacije i obrade podataka	37
Obrada podataka na originalnoj raspodeli vremena reakcije.....	37
Obrada podataka na transformisanoj raspodeli vremena reakcije	38
Prilog B: Rezultati za odsečak funkcije na simuliranim podacima	40
Analize na originalnoj raspodeli računarski simuliranih vrednosti	40
Analize na transformisanoj raspodeli računarski simuliranih vrednosti.....	43

Uvod

Vreme reakcije, odnosno, vreme potrebno da se izvrši određeni zadatak, predstavlja najčešće korišćenu meru odgovora u psiholingvističkim eksperimentima. Ova bihevioralna varijabla ukazuje nam na dužinu trajanja mentalnog procesa (Mollon, & Perkins, 1996). Prva istraživanja u oblasti mentalne hronometrije sproveo je F. C. Donders 1868. godine. Donders je pokazao da postoje tri vrste vremena reakcije: jednostavno vreme reakcije (eng. simple reaction time) – predstavlja odgovor na proste stimuluse (npr. svetlo, zvuk, i tako dalje); vreme prepoznavanja kritičnog stimulusa (eng. recognition reaction time) – meri se u slučajevima kada postoje dve vrste stimulusa, a zadatak ispitanika je da odgovori na jednu, određenu vrstu stimulusa, dok druga vrsta služi kao distrakcija; vreme odabira stimulusa (eng. choice reaction time) – meri se u eksperimentima sa više ponuđenih mogućnosti, dok je zadatak ispitanika da odabere samo jednu.

Merenje vremena reakcije je do nedavno bilo jedini način na koji su istraživači mogli da zaključuju o mentalnim procesima (Pachella, 1974). Razvitak tehnologije merenja u psihološkim istraživanjima, kao što su tehnike neuralnog odslikavanja ili snimanje očnih pokreta, omogućio je alternativne načine zaključivanja o mentalnim procesima. Ipak, vreme reakcije ostalo je i dalje najčešće korišćena mera bihevioralnog odgovora, jer predstavlja najjednostavniji način merenja mentalnih procesa u realnom vremenu (Salthouse, & Hedden, 2002). Takođe, registrovanje vremena reakcije je vrlo precizno, što omogućuje primenu kompleksnih statističkih procedura za njihovo analiziranje (Towsend, 1992). Vreme reakcije sadrži veliki broj informacija koje su pod uticajem raznovrsnih činilaca. Tako, godine ispitanika, pol, dominantna ruka pokazuju uticaj na vreme reakcije (MacDonald, Nyberg, Sandblom, Fischer, & Backman, 2008; Welford, 1977; Boulinguez, & Barthélémy, 2000). Prethodna istraživanja, dodatno, pokazuju i to da način statističke obrade vremena reakcije, iako intuitivan, može često da bude pogrešan (Salthouse, & Hedden, 2002; Whelan, 2008; Lachaud, & Renaud, 2011; Wilcox, 1998; Ratcliff, 1993; Baayen, & Milin, 2010).

Jedan od osnovnih načina obrade vremena reakcije jeste sprovođenje analiza na uprosečnim vrednostima (Dibbets, Maes, & Vossen, 2002; Fields, Landon-Jimenez, Buffington, & Adams, 1995). U ovom slučaju, prosečne vrednosti vremena reakcije se računaju za svakog ispitanika i/ili za svaki stimulus. Sledeći korak u obradi predstavlja primena tradicionalnih postupaka iz porodice generalnih linearnih modela: t-testa, ANOVA-e, ANCOVA-e, MANOVA-e i slično. U skladu sa prethodnim, prilikom uprosečavanja stimulusa i prilikom primene parametrijskih postupaka, istraživači podrazumevaju da su pretpostavke za primenu ovih postupaka zadovoljene: pretpostavka o normalnosti distribucije, nezavisnosti opservacija i homogenosti varijanse. Sa druge strane, istraživanja pokazuju da raspodela vremena reakcije ne zadovoljava praktično nijedan od pomenutih statističkih preduslova (Whelan, 2008; Lachaud, & Renaud, 2011).

Prvu povredu uslova predstavlja pozitivna zakošenost raspodele vremena reakcije, odnosno, odstupanje od pretpostavljene normalne raspodele (Van Zandt, 2000, 2002).

Distribucija vremena reakcije ima oblik Eks-Gausove raspodele, tj. predstavlja spoj Gausove i eksponencijalne distribucije (Heathcote, Popiel, & Mehwort, 1991; Hockley, 1982, 1984; Hohle, 1965; Ratcliff, 1978, 1979, 1981; Ratcliff, & Murdock, 1976). Eks-Gausova raspodela može se opisati pomoću tri parametra: 1) aritmetička sredina (μ) i 2) standardno odstupanje (σ) opisuju Gausovu raspodelu; dok parametar 3) tau (τ) opisuje ponašanje eksponencijalne raspodele (Whelan, 2008; Ratcliff, 1993). Iako predstavlja najistraženiju i najčešće korišćenu raspodelu, Eks-Gausova raspodela nije jedina teorijska raspodela koja može da opiše raspodelu vremena reagovanja. U zavisnosti od ispitivanog procesa i korišćenog eksperimentalnog zadatka, raspodela vremena reakcije može da se opiše Valdovom (eng. Wald), Log-Normalnom, Gama, kao i Vejbulovom (eng. Weibull) raspodelom (Luce, 1986; Ratcliff, 1993).

Da bi prevazišli probleme odstupanja od normalnosti distribucije, istraživači – praktičari vrlo često pribegavaju transformaciji sirovih podataka (Mead, 1988). Najčešće korišćene transformacije su one iz porodice stepenskih i korenskih funkcija. Ove transformacije predstavljaju primenu funkcije na dobijenim podacima, kao u formuli 1 (Tukey, 1957; Box, & Cox, 1964). Transformisanjem prvobitnih vrednosti početna distribucija približava se pretpostavljenoj normalnoj raspodeli. Kao i kod opisivanja raspodele vremena reakcije, vrsta korišćene transformacije zavisi od ispitivanog procesa. Tako, u slučaju eksperimenta sa leksičkom odlukom, kada je zadatak ispitanika da odgovori da li je prezentovani stimulus stvarna ili izmišljena reč, najprigodnija transformacija je recipročna vrednost. Nasuprot ovome, u slučaju kada se vremenom reakcije meri proces čitanja rečenice, logoritmovanje distribucije predstavlja prigodniju transformaciju (detaljnije videti u Baayen, & Milin, 2010).

Formula 1: Boks-Koks transformacije

$$x'_{\lambda} = \begin{cases} \frac{x^{\lambda} - 1}{\lambda} & \text{ako } \lambda \neq 0 \\ \log x & \text{ako } \lambda = 0 \end{cases}$$

Drugi problem koji postoji prilikom obrade *hronometrijskih* podataka, tj. vrednosti vremena reagovanja, jeste da distribucija vremena reakcije sadrži veliki broj odstupajućih (eng. outliers) i istupajućih vrednosti (eng. extreme values). Odstupajuće vrednosti su opservacije koje izrazito odstupaju od celokupne distribucije podataka na zavisnoj varijabli. Nasuprot njima, istupajuće vrednosti predstavljaju grešku prilikom izvođenja eksperimenta i najčešće imaju izražena odstupanja vrednosti na nezavisnoj varijabli (Cook, 1977; Hocking, 1996). Odstupajuće i istupajuće vrednosti utiču, nadalje, na ocene parametara prilikom statističke obrade podataka.

Da bi se ovaj problem prevazišao koriste se dva postupka. Prvi postupak predstavlja korišćenje robusnih ocenjivača (Courvoisier, & Renaud, 2010; Maronna, Martin, & Yohai, 2006; Wilcox, 2005). U ovom slučaju, istraživači kao mere centralne tendencije i varijabilnosti koriste robusne ocene (na primer, medijana za mere centralne tendencije;

medijana apsolutne devijacije – MAD za mere odstupanja). Ove ocene se, međutim, retko koriste u istraživanjima, jer ne čuvaju sve informacije koje su sadržane u vremenu reakcije.

Drugi, češće primenjivan postupak, predstavlja eliminisanje odstupajućih i istupajućih vrednosti (Ratcliff, 1993; Ulrich, & Miller, 1994). Odluka o tome koje vrednosti će se oceniti kao odstupajuće, a zatim i odbaciti, donosi se s osloncem na dva *ad hoc* kriterijuma. Prvi kriterijum je odbacivanje opservacija ispod i iznad određene vrednosti standardne devijacije (Lachaud, & Renaud, 2011). Iako eliminiše odstupajuće vrednosti, ovaj postupak često dovodi do odbacivanja 4.66% i više vrednosti koje se nalaze u Gausovoj distribuciji. To znači da, ako se efekat eksperimentalne manipulacije nalazi u samim krajevima distribucije, postoji rizik da ćemo eliminisati vrednosti koje su od značaja za istraživanje (Luce, 1986; Ratcliff, 1993). Sa druge strane, ukoliko efekat manipulacije nije u krajevima distribucije, eliminacija podataka podiže snagu statističkog testa (Ratcliff, 1993; Van Zandt, 2002). Drugi *ad hoc* kriterijum koji se koristi predstavlja odbacivanje odstupajućih vrednosti na osnovu vizuelne inspekcije raspodele vremena reagovanja, tj. na osnovu dobijenih podataka. U ovom slučaju istraživači na osnovu izgleda distribucije određuju donju i gornju granicu na osnovu kojih odbacuju odstupajuće vrednosti. U skladu sa tim, Ratcliff (Ratcliff, 1993) predlaže da se prilikom definisanja granice za eliminisanje podataka uzme u obzir procenat eliminisanih podataka. Njegov predlog je da se može eliminisati najviše 15% svih vrednosti. Sa druge strane, ukoliko postoji veliki broj opservacija u krajevima distribucije, dozvoljeno je odbaciti do 5% podataka. U novije vreme, umesto ili uz dva navedena kriterijuma, sve češće se koristi i takozvana kritika statističkog modela, kada se eliminišu apsolutne standardizovane rezidualne vrednosti iznad 2.5 standardne devijacije, ali tek nakon što su podaci prethodno statistički modelirani (Baayen, & Milin, 2010).

Sve navedene tehnike i transformacije, koje se koriste da bi se podaci prilagodili statističkim procedurama, često menjaju raspodelu vrednosti. Prvi korak u sređivanju podataka predstavlja transformacija prvobitne (sirove) distribucije. U ovom slučaju, transformacije dovode do promene osnovnih vrednosti i približavaju dobijenu raspodelu pretpostavljenoj normalnoj distribuciji (Heathcote, Popiel, & Mehwort, 1991). Međutim, korišćenjem transformacija dobijaju se nove vrednosti, koje se često ne mogu jednostavno vratiti na originalnu skalu (Baayen, & Milin, 2010). Drugi korak predstavlja eliminisanje istupajućih i odstupajućih vrednosti. Ovaj postupak se koristi da bi se uklonili podaci dobijeni greškom merenja i efektima koji nisu od interesa u istraživanju. Ovakvo eliminisanje podataka može da promeni efekte eksperimentalne manipulacije i dovede do toga da se odbace vrednosti od potencijalnog interesa za istraživanje (Ratcliff, 1993; Van Zandt, 2002).

Zbog prethodno navedenih problema, neki istraživači predlažu prelazak na nelinearno modelovanje vremena reakcije (Bricolo, Gianesini, Fanini, Bundesen, & Chelazzi, 2002; Gottlob, 2004; Heathcote, Popiel, & Mehwort, 1991; Hockley, 1984; Ratcliff, Van Zandt, McKoon, 1999). Ova velika porodica statističkih tehnika nudi raznovrsne mogućnosti analize vremena reagovanja. Na primer, opisivanje raspodele preko kumulativne distribucije

funkcije (eng. cumulative distribution function - CDF) i gustine distribucije. Slično tome je i ispitivanje funkcije preživljavanja (eng. survivor function) i hazard-funkcije, tj. funkcije rizika (eng. hazard function, Van Zandt, 2000). Pomoću pomenutih statističkih tehnika, istraživači pokazuju koje sve teorijske distribucije mogu da opišu raspodelu vremena reagovanja. Ove tehnike, takođe, omogućavaju ispitivanje razlika u obliku distribucije u odnosu na različite eksperimentalne zadatke i različite eksperimentalne uslove (Luce, 1986; Ratcliff, 1993). Jedan od boljih primera primene ovakvih procedura demonstrirali su Hockley i Korbališ (Hockley, & Corballis, 1982; videti dodatno Ratcliff, & Murdock, 1976). Oni su pomoću analize distribucije vremena reakcije odbacili pretpostavku o serijalnoj obradi materijala jednakim tempom. Ovaj nalaz je imao veliki uticaj na čitavu oblast kognitivne psihologije, pa i kognitivnih nauka, generalno.

Iako veoma korisni, navedeni postupci se ipak retko koriste u obradi podataka dobijenih u psiholingvističkim eksperimentima. Jedan od razloga jeste kompleksnost njihove primene (Schwarz, 2001). Pre svega, primena nelinearnih statističkih tehnika zahteva opsežno poznavanje efekata koji stoje u osnovi ispitivanog procesa (Palmer, Horowitz, Torralba, & Wolfe, 2011). Dodatno, da bi se parametri distribucije mogli tačno oceniti, potreban je znatno veći broj opservacija nego što je uobičajeno za psiholingvističke eksperimente.

Problem istraživanja i hipoteze

Istraživanja koja su ispitivala efekte transformacija raspodele i eliminisanja odstupajućih vrednosti ukazuju na brojne prednosti korišćenja ovakvih procedura (Mead, 1988; Baayen, & Milin, 2010). Korišćenje stepenih i korenskih transformacija približava raspodelu sirovih vrednosti vremena reakcije normalnoj raspodeli. Međutim, transformisanjem vrednosti dobijaju se nove vrednosti koje se često ne mogu jednostavno vratiti na originalnu, razumljivu i interpretabilnu skalu. Slično tome, uklanjanje odstupajućih i istupajućih vrednosti obavlja se sa ciljem eliminisanja greške merenja i efekata koji nisu od interesa za istraživanje (Lachaud, & Renaud, 2011; Ratcliff, 1993; Ulrich, & Miller, 1994). Ipak, ovakve intervencije mogu dovesti do toga da se isključe i oni podaci koji jesu valjani indikatori fenomena.

Nelinearne statističke procedure, s druge strane, ne zahtevaju prilagođavanje raspodele normalnoj distribuciji, tj. prethodne transformacije podataka nisu neophodne (Bricolo, Giancesini, Fanini, Bundesen, & Chelazzi, 2002; Gottlob, 2004; Heathcote, Popiel, & Mehwort, 1991; Hockley, 1984; Ratcliff, Van Zandt, McKoon, 1999). Ovakvi postupci omogućavaju istraživačima da ispituju kognitivne procese u originalnim jedinicama. Ali, problem je, onda, sadržan u tome što opisivanje i modelovanje raspodele zahteva opsežno poznavanje efekata koji stoje u osnovi procesa koji se ispituju (Schwarz, 2001; Palmer, Horowitz, Torralba, & Wolfe, 2011).

Cilj ovog istraživanja bio je da se ispituju različiti metodi ocenjivanja regresionih parametara na podacima iz psiholingvističkog istraživanja. Ispitana je adekvatnost primene različitih postupaka ocenjivanja regresionih parametara, u zavisnosti od toga da li su uslovi za analizu povređeni ili nisu, kao što su: pretpostavka o normalnosti distribucije, nezavisnost merenja i homogenosti varijanse.

Statističke procedure

U ovom radu ispitivana je adekvatnost primene analiza iz porodice generalnih linearnih modela –regresioni modeli koji uključuju analizu varijanse i analizu kovarijanse. Logika ovih statističkih procedura je ispitivanje matematičkog odnosa dve varijable: zavisne ili kriterijuma koji predstavlja slučajnu promenljivu (sadrži stohastičnost); nezavisne ili prediktora koji je u potpunosti određen (ne sadrži stohastičnost). Pomoću primene regresione analize istraživači odgovaraju na pitanje da li se sa jediničnom promenom vrednosti nezavisne varijable menja zavisna varijabla, odnosno, da li postoji linearni odnos između zavisne i nezavisne varijable. U ovom radu regresioni parametri ocenjivani su na tri načina: 1) klasičnim postupkom – metodom najmanjih kvadrata (eng. Least-square), zatim 2) metodom limitirane maksimalne verodostojnosti (eng. Restricted maximum likelihood) i, konačno, 3) bežovom linearnom regresijom (eng. Bayesian linear regression).

Metod najmanjih kvadrata

Metod najmanjih kvadrata je postupak koji se najčešće koristi za ocenjivanje regresionih parametara u istraživanjima u oblasti eksperimentalne psihologije. Definisali su ga i razvili nezavisno dva istraživača: Ležandr (Legendre, 1805) i Gaus (Gauss, 1795). Ovaj metod polazi od osnovnog oblika linearne jednačine: $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$, gde jedino greška (ε) predstavlja slučajnu promenljivu (Draper, & Smith, 1998). Metod najmanjih kvadrata računa α i β parametre tako što minimizuje *sumu kvadrata* (eng. sum of squares). Suma kvadrata dobija se kao: $SS = \sum_1^n e^2 = \sum_1^n (y - \alpha - \beta x)^2$, odnosno, ovaj metod računa minimum sume kvadriranih reziduala. Nakon ovoga posebno se računa derivat za oba parametra. Na ovaj način dobijaju se dve linearne jednačine sa dve nepoznate promenljive α i β . Nakon što se jednačine reše, dobijaju se odgovarajuće ocene parametara: $\beta = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}$ i $\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x}$. Pretpostavke na kojima počiva ovaj metod jeste da su ε_i (greške) nezavisne, te da imaju normalnu raspodelu sa aritmetičkom sredinom koja je jednaka 0 i standardnom devijacijom koja je jednaka 1.

Metod limitirane maksimalne verodostojnosti

Metod maksimalne verodostojnosti definisao je i razvio engleski statističar Ronald Fišer (eng. Ronald Fisher, 1912-1922). Fišer je predložio da se prilikom biranja ocena parametara, uzima ocena sa najvećom verovatnoćom realizacije u odnosu na uzoračke podatke. Kao i kod metoda najmanjih kvadrata, metod maksimalne verodostojnosti, takođe, računa

osnovnu formulu linearne jednačine: $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$. Uzimajući u obzir pretpostavku da su sve opservacije y_i nezavisne, funkcija verodostojnosti se dobija kao proizvod gustina za pojedinačne opservacije (Rencher, Schaalje, 2008). Funkcija verodostojnosti u slučaju linearnog modela dobija se kao: $L = \frac{1}{\sigma^2(2\pi)^{1/2n}} \prod_1^n \exp(-\frac{1}{2\sigma^2}(y_i - \alpha - \beta x_i)^2)$. Nakon ovoga se maksimizuje funkcija verodostojnosti, odnosno, uzima se ona ocena koja daje najveću vrednost funkcije verodostojnosti.

Problem koji se često javlja u istraživanjima jeste da u mnogim slučajevima opservacije nisu nezavisne već se grupišu u šire kategorije (npr. studenti se grupišu u okviru odseka). Odnosno, postoji korelacija vrednosti zavisne varijable unutar širih kategorija (Baayen, Davidson, Bates, 2008; Quené, & Bergh, 2008). Ovo je, takođe, slučaj i sa podacima dobijenim u psiholingvističkim eksperimentima, kod kojih se opservacije grupišu za svakog ispitanika ili stimulus. Nasuprot metodu najmanjih kvadrata, mešoviti efekti, tj. procedure koje računaju parametre pomoću metoda limitirane maksimalne verodostojnosti, omogućavaju da se ocene dodatni parametri. Ovi parametri često nisu od interesa u istraživanju (eng. nuisance parameter) prilikom računanja modela i definišu se kao slučajne varijable (Baayen, Davidson, Bates, 2008; Pinheiro, & Bates, 2000). U kontekstu psiholingvističkih istraživanja, pomoću ovog metoda, odsečak funkcije se dodatno prilagođava, za svakog ispitanika i za svaki stimulus. Drugim rečima, model uzima u obzir dodatne informacije koje su proizvod individualnih razlika ispitanika i stimulusa. Nadalje, istim postupkom je moguće prilagođavati i nagib funkcije za svakog ispitanika i stimulus. U ovom slučaju modeluje se eventualna heteroskedastičnost na ispitivanoj varijabli, za svakog ispitanika ili stimulus (više o tome u Pinheiro & Bates, 2000).

Metod limitirane maksimalne verodostojnosti računa dodatne parametre dodajući slučajne efekte u prvobitni model: $y = \alpha + \beta x + Zu + \varepsilon$ (Quené, & Bergh, 2008). Nakon toga, primenjuje se funkcija verodostojnosti, sa tim što je model opterećen dodatnim parametrima koji se ponašaju kao slučajne promenljive. Kao i kod metoda najmanjih kvadrata, osnovna pretpostavka ovog metoda jeste da su greške nezavisne i da imaju normalnu raspodelu. Dodatno, pretpostavka je da je aritmetička sredina slučajnih efekata jednaka nuli, i da su slučajni efekti nezavisni u odnosu na grešku modela.

Metod bejzove linearne regresije

Bejzovski statistički pristup se bitno razlikuje od prethodno predstavljenih metoda. Tačnije, ovaj pristup se razlikuje od takozvane "frekvencionističke statistike" (Nojman i Pirson, 1933; detalje videti i u Von Mises, 1957), ali i od statistike maksimalne verodostojnosti koju je zastupao Fišer. Sa jedne strane, ovaj pristup je izuzetno jednostavan pošto koristi isključivo funkciju gustine raspodele da bi ocenio verovatnoće. Sa druge strane, proces računanja procenjenih verovatnoća najčešće podrazumeva matematičke postupke koje nije jednostavno sprovesti (Gill, 2009). Jedna od osnovnih razlika prilikom ocenjivanja linearnog modela, između ovog i prethodno navedenih metoda, predstavlja drugačiji status

α i β parametara. Procedure iz oblasti frekvencionističke statistike (npr. metod najmanjih kvadrata i metod limitirane maksimalne verodostojnosti) polaze od pretpostavke da su populacione vrednosti parametara koji se ocenjuju fiksne, odnosno, konstantne vrednosti. Nasuprot tome, bejzovski pristup tretira i ove parametre kao slučajne promenljive.

Druga razlika između bejzovog pristupa i frekvencionističke statistike nastaje prilikom interpretacije intervala poverenja (eng. confidence intervals). Osnovna pretpostavka frekvencionističke statistike je da se ponavlja isti eksperiment veliki broj puta. U ovom slučaju interpretacija intervala je da će interval poverenja u 95% slučajevasihponavljanja eksperimenta sadržati vrednost parametra. Nasuprot tome, bejzova statistika koristi intervale verodostojnosti (eng. credible intervals). Intervali verodostojnosti jesu slični intervalima poverenja, ali je njihova interpretacija suštinski bitno drugačija. Ovi intervali se tumače kao 95% *verovatnoća da se parametar nalazi na izračunatom intervalu*.

Za bejzovski pristup je ključno to da sve nepoznate parametre ocenjuje oslanjajući se na njihove raspodele verovatnoća. Pristup polazi od prethodnih verovatnoća (eng. prior probability) za parametre od interesa – $p(\theta)$. Prethodne verovatnoće se najčešće definišu na osnovu informacija iz prethodnih istraživanja, teorijskih pretpostavki ili, pak, intuicije istraživača (Kass, & Wasserman, 1994). Dodatno, ove verovatnoće mogu da budu i neinformativne, odnosno, da ne poseduju specifične informacije u vezi sa prirodom fenomena, odnosno, sa vrednostima parametara. U drugom koraku, računaju se parametri na osnovu podataka prikupljenih u istraživanju – $L(\theta|X)$. Za izračunavanje ovih parametara koristi se metod maksimalne verodostojnosti. Podaci donose nove informacije prethodnim verovatnoćama i na ovaj način dobija se distribucija naknadnih verovatnoća (eng. posterior probability), na osnovu kojih se ocenjuju parametri od interesa – $\pi(\theta|X) = \frac{p(\theta)*L(\theta|X)}{p(X)}$. Dakle, logika bejzovskog modelovanja je da se izračuna naknadna verovatnoća, koja je jednaka proizvodu prethodnih verovatnoća i funkcije maksimalne verodostojnosti na opaženim podacima.

Pretpostavke

Rezultati istraživanja treba da nam pokažu da li određeni metod daje tačnije ocene regresionih parametara, uzimajući u obzir povredu uslova za sprovođenje analize. Drugim rečima, rezultati bi trebalo da nam demonstriraju robusnost tri odabrana postupka analize.

Svi korišćeni metodi pretpostavljaju normalnu raspodelu podataka. U skladu sa tim, pretpostavka je da će svi metodi ocenjivanja dati bolje ocene parametara na transformisanim nego na originalnim podacima. Kako metod limitirane maksimalne verodostojnosti pruža mogućnost da se u regresionom modelu ocene dodatni parametri, kao što su varijansa ispitanika i stimulusa, očekuje se da bi ovaj metod trebalo da bude

robusniji od metoda najmanjih kvadrata, kada se ocena parametara izvodi na originalnim podacima.

Logika računanja regresionih parametara u bejzovom pristupu drugačija je u odnosu na prethodna dva metoda. Ovaj pristup računa naknadne (posterior) verovatnoće tako što prvobitnim (prior) verovatnoćama dodaje informacije dobijene metodom maksimalne verodostojnosti na opaženim podacima. Na ovaj način bi trebala da se dobije distribucija naknadnih verovatnoća koja sadrži informaciju o zakrivljenosti distribucije sirovih (originalnih) vremena reagovanja. Zbog toga se očekuje da je metod bejzove linearne regresije najrobusniji od sva tri pristupa, kada se statistička analiza vrši na originalnim, odnosno, netransformisanim podacima.

Metod

U ovom istraživanju koristili smo dve vrste podataka. U prvom koraku za analizu su korišćeni empirijski podaci, dobijeni u eksperimentu u kojem su ispitanici čitali rečenice. U drugom koraku korišćene su računarski generisane (simulirane) vrednosti. Te vrednosti su generisane na osnovu parametara dobijenih u pomenutom eksperimentu.

Eksperimentalni podaci

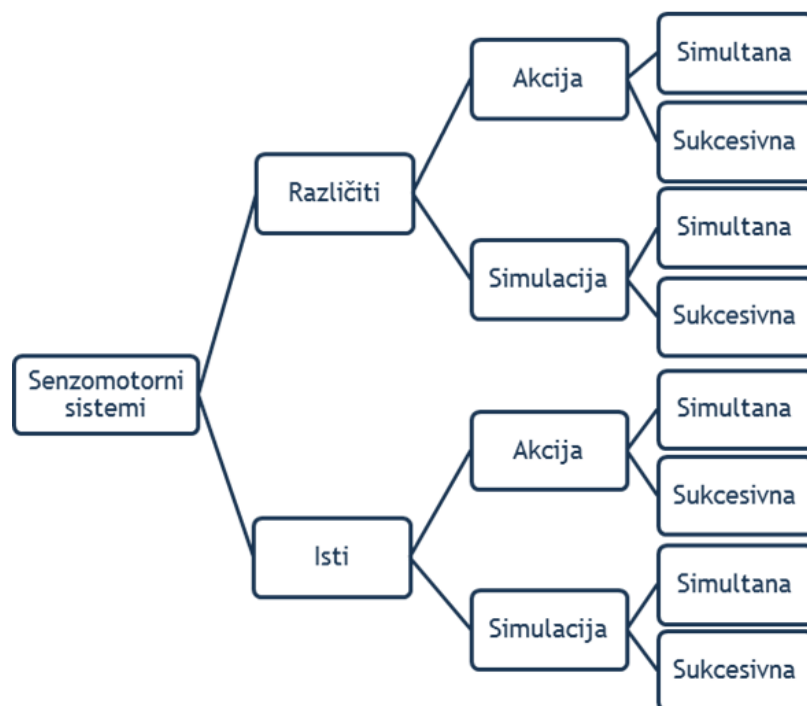
Eksperiment koji je izveden u ovom istraživanju predstavlja modifikovanu replikaciju istraživanja koje su izveli De Vega i saradnici (De Vega, Robertson, Glenberg, Kaschak, Rinck, 2004). U istraživanju, ispitanici su čitali rečenice u kojima je protagonista izvodio dve akcije. Akcije su se odvijale ili u okviru istih senzomotornih sistema (npr. čitao knjigu i gledao televiziju) ili u okviru različitih senzomotornih sistema (npr. čitao knjigu i slušao muziku). Manipulisano je i vremenskim odnosom između dve akcije. One su mogle da se izvršavaju simultano (npr. čitao je knjigu i slušao je muziku) ili sukcesivno (npr. čitao je knjigu a posle je slušao muziku). Dodatno je manipulirano i prirodom akcije, koja je mogla da bude stvarna ili zamišljena (npr. slušanje muzike i zamišljanje slušanja muzike).

Ispitanici

U eksperimentu je učestvovalo 77 ispitanika, studenata Odseka za psihologiju, Filozofskog fakulteta u Novom Sadu. Uzorak je kontrolisan po kriterijumima koji su mogli da utiču na rezultate, tako da su svi ispitanici bili izvorni govornici srpskog jezika sa normalnim ili korigovanim vidom.

Nacrt

Eksperiment je bio trofaktorski ($2 \times 2 \times 2$), sa faktorima: isti ili različiti senzomotorni sistem, stvarna ili zamišljena akcija i, konačno, istovremeno ili sukcesivno izvođenje akcija (videti grafikon 1).



Grafikon 1:Kodno stablo za kombinaciju faktora korišćenih u eksperimentu

Za potrebe eksperimenta konstruisano je 64 rečenice, tipične po dužini i složenosti za srpski jezik. Svaka rečenica je, dalje, napravljena u osam varijanti, po jedna za svaku kombinaciju eksperimentalnih faktora (videti tabelu 1).Dodatno, konstruisano je i 64 rečenica koje su bile korišćene kao fileri, tj.kao stimulusi koji se uobičajeno koriste da eksperimentalni zadatak ne bi postao previše očigledan i lak. Ove rečenice nisu sadržavale informacije koje su varirane u eksperimentalnim rečenicama i nisu korišćene u daljim analizama. Konačna lista rečenica sastojala se od 512 eksperimentalnih rečenica i 64 filer rečenice. Za potrebe početnog uvežbavanja ispitanika, konstruisano je još četiri odgovarajuće rečenice. Svaki ispitanik je čitao 132 rečenice: 4 rečenice za uvežbavanje, a zatim 64 stimulusa (u balansiranoj kombinaciji faktora) i 64 filer-rečenica.

Tabela 1: Primeri stimulusa korišćenog u Eksperimentu 1. Varirani su faktori: senzomotorni sistemi (isti: S+, različiti: S-), tip opisa (akcija: A+, simulacija: A-) i vremenski odnos (simultani: V+, sukcesivni: V-).

S- A+ V+

Ana je šetala ka kući i razgledala je izloge.

S- A+ V-

Ana je šetala ka kući a posle je razgledala izloge.

S- A- V+

Ana je šetala ka kući i zamišljala je da razgleda izloge.

S- A- V-

Ana je šetala ka kući i planirala je da razgleda izloge.

S+ A+ V+

Ana je šetala ka kući i šutala je loptu.

S+ A+ V-

Ana je šetala ka kući a posle je šutala loptu.

S+ A- V+

Ana je šetala ka kući i zamišljala je da šuta loptu.

S+ A- V-

Ana je šetala ka kući i planirala je da šuta loptu.

Procedura

Svaki ispitanik je slučajno raspoređen u jednu od 8 eksperimentalno balansiranih grupa. U skladu sa tim, 10 ispitanika je dodeljeno u svaku grupu, ali zbog manjeg uzorka, 3 grupe su imale po 9 ispitanika. Ispitanici su čitali sve eksperimentalne rečenice, ali su između grupa varirane kombinacije podnivoa faktora. Na primer, prva grupa ispitanika je čitala rečenicu: „Ana je šetala ka kući i razgledala je izloge“, dok je druga grupa ispitanika čitala istu rečenicu ali u drugoj kombinaciji faktora, npr: „Ana je šetala ka kući a posle je razgledala izloge“.

Eksperiment je sproveden individualno za sve ispitanike. Eksperimentalna procedura se odvijala na sledeći način: prvo bi se na ekranu pojavila fiksaciona tačka u trajanju od 500 milisekundi; zatim bi bila prikazana rečenica, koja je stajala na ekranu dok je ispitanik ne bi

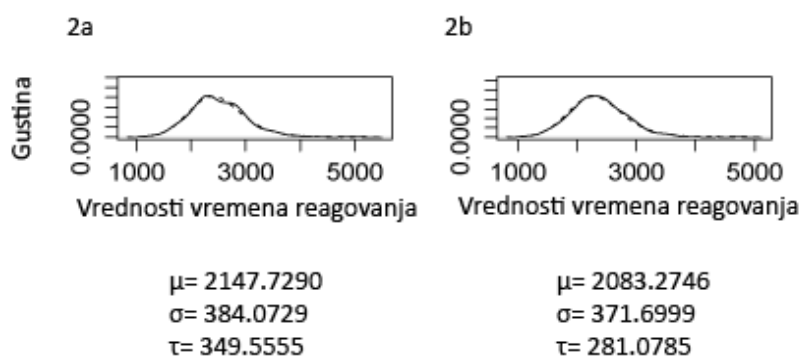
sklonio pritiskom na taster. Izlaganje rečenica je bilo nasumično (randomizovano) za svakog ispitanika. Zadatak ispitanika bio je da pročitaju rečenice i da pritisnu za razmak (space) nakon što su pročitali. Dodatno, u 25% nasumice odabranih slučajeva, ispitanik je trebalo da prepriča rečenicu koji je prethodno pročitao. Instrukcija bi se pojavila nakon pročitane rečenice i glasila je: „Izgovorite prethodnu rečenicu naglas“. Ova kontrola uvedena je da bi se osiguralo da ispitanici čitaju rečenice.

Na početku svake eksperimentalne sesije, eksperimentator je svakom ispitaniku usmeno izložio uputstvo. Svakom ispitaniku rečeno je da je njegov zadatak da čita rečenice u sebi i da će se posle nekih rečenica pojaviti instrukcija na ekranu da ponove prethodnu rečenicu naglas. Zatim bi ispitanicima bila zadata vežba koja se sastojala od četiri rečenice. Podaci dobijeni tokom uvežbavanja nisu korišćeni u kasnijim analizama.

Računarski simulirani podaci

Da bismo ispitili adekvatnost primene metoda ocenjivanja regresionih parametara, generisali smo podatke na osnovu prethodno dobijenih empirijskih vrednosti. Za razliku od eksperimenta, u ovom slučaju smo posmatrali isključivo razlike na faktoru iniciranog senzomotornog sistema (isti ili različiti senzomotorni sistemi), dok ostale faktore nismo uzimali u obzir.

Generisanje podataka obavljeno je u R softverskom okruženju za statističku obradu podataka (<http://www.r-project.org/>). Ono se odvijalo u nekoliko koraka. Najpre su izračunati parametri Eks-Gausove distribucije (μ – aritmetička sredina, σ – standardno odstupanje i τ – parametar eksponencijalne raspodele). Za računanje parametara distribucije korišćena je funkcija *timefit* iz *retimes* paketa R-a, koja ocenjuje parametre pomoću funkcije maksimalne verodostojnosti (videti: Massida, 2012, za detalje o funkcionalnosti i upotrebi *retimes* paketa). Parametri Eks-Gausove distribucije su ocenjeni posebno za svakog ispitanika i posebno za svaki od podnivoa faktora senzomotornog sistema (videti grafikon 2). U drugom koraku vrednosti su generisane pomoću funkcije *rexgauss*, takođe, iz paketa *retimes* u R-u. Kao i pri ocenjivanju parametara, generisano je 1000 vrednosti za svaki od podnivoa faktora, za svakog ispitanika. Ova procedura je sprovedena za 40 ispitanika, što je rezultiralo matricom od 80 000 simuliranih vrednosti.



Grafikon 2: Nelinearno modelovanje Eks-Gausove raspodele za jednog ispitanika. Grafikon (levo): računanje parametara distribucije kod rečenica sa dve akcije u okviru istih senzomotornih sistema. Grafikon (desno): računanje parametara distribucije kod čitanja rečenica sa dve akcije u okviru različitih senzomotornih sistema.

Procedura prilikom obrade računarski simuliranih podataka

Da bismo ispitali robusnost korišćenih metoda, izračunali smo vrednosti regresionih parametara na celokupnoj matrici simuliranih vrednosti. Dobijeni parametri su korišćeni kao populacione vrednosti u odnosu na koje smo upoređivali ocene parametara dobijene na uzorcima. Obrada računarski simuliranih podataka razlikovala se u odnosu na to da li su se analizirale originalne (sirove) ili transformisane vrednosti. Analize su bile sprovedene u nekoliko koraka.

U oba slučaja, i za originalne i za transformisane vrednosti, prvi korak bio je uzimanje uzorka iz matrice simuliranih vrednosti. Uzorkovanje je obavljeno pomoću funkcije *strata* iz *sampling* paketa R-a (za detalje videti: Tille, & Matei, 2012). Pomoću ove funkcije sprovedeno je stratifikovano uzorkovanje sa ponavljanjem iz originalne matrice. Na ovaj način smo uzorkovali jednak broj vrednosti za svaki podnivo ispitivanog faktora, kao i za svakog ispitanika. Uzorkovanje je korišćenod bi se mogle ispitati razlike u tačnosti prilikom ocenjivanja parametara između korišćenih metoda. Parametri ocenjeni na matrici uzorkovanih vrednosti poređeni su sa populacionim vrednostima. Dodatno, na ovaj način jeciljano smanjena snaga statističkog testa da bi se dometi procedura utvrdili pod nepovoljnim uslovima za analizu.

Za svakog ispitanika je uzorkovano 100 vrednosti: 50 onih koje opisuju procese prilikom čitanja rečenica sa akcijama u okviru istih senzomotornih sistema i 50 onih koje opisuju akcije u okviru različitih senzomotornih sistema.

Drugi korak bio je pročišćavanje vrednosti u cilju prilagođavanja podataka korišćenim analizama. U slučaju analiza na transformisanimvrednostima, eliminisane su opservacije ispod 1000 i iznad 14000 milisekundi, što čini ukupno 1% ukupnihpodataka. Nakon ovoga, da bi se aproksimirala normalnost distribucije zavisne varijable, vremena reakcije su logoritmovana.

U oba slučaja, i za originalne i za transformisane podatke, treći korak se sastojao iz uprosečavanja vrednosti po ispitanicima. Uprosečene vrednosti su se koristile prilikom ocenjivanja parametara metodom najmanjih kvadrata.

Poslednji korak se sastojao iz ocenjivanja regresionih parametara pomoću tri opisana metoda: metod najmanjih kvadrata, metod limitirane maksimalne verodostojnosti i metod bejzove linearne regresije.

Opisana procedura je ponovljena 100 puta, i za originalne i za transformisane vrednosti. Na ovaj način smo ispitivali koliko tačno korišćeni metodi ocenjuju populacione

parametre i njihovu značajnost. Dodatno, uzimanjem 100 uzoraka ispitali smo koliko uzoraka je potrebno da bi ocene parametara postale konzistentne i približile se pravo vrednosti parametra (kod u R-u koji je korišćen pri simulaciji i obradi podataka opisan je u prilogu).

Rezultati

Zbog velikog broja analiza i složenosti procedure, prikaz rezultata je podeljen u nekoliko delova. U prvom delu su prikazani rezultati na podacima iz eksperimenta. Prilikom prikazivanja rezultata dobijenim na podacima iz eksperimenta korištene su samo ocene za transformisane vrednosti. Cilj je bio da se prikažu samo najzanimljiviji, odnosno, najinformativniji rezultati. Ostali rezultati su dati kao prilog. Oni nisu doneli nikakvu novu informaciju u odnosu na rezultate koji su prikazani u osnovnom tekstu. U drugom koraku prikazani su rezultati na računarski simuliranim podacima. Prikazane su analize na originalnim, netransformisanim, kao i na transformisanim podacima.

Rezultati analiza na eksperimentalnim podacima

U fazi pripreme podataka za obradu isključene su rečenice koje su korišćene za vežbu i rečenice-fileri. Zatim je vreme čitanja rečenice transformisano u logaritamske vrednosti. Time je zadovoljen uslov normalnosti (simetričnosti) raspodele. Konačno, eliminisan je i mali broj uticajnih, odstupajućih vrednosti, ispod 897 milisekundi (6.8 log-jedinica) i iznad 13359 milisekundi (9.5 log-jedinica). Eliminirano je manje od jedan posto podataka (tačno 0.2%). Analiza podataka je obavljena u R softverskom okruženju za statističku obradu podataka.

Metod najmanjih kvadrata

Vremena čitanja rečenica najpre su analizirana pomoću *lm* funkcije iz *stat* paketa u R-u (videti R Core Team, 2012). Nezavisne varijable u modelu bile su senzomotorni sistemi (isti ili različiti), vremenski odnos (simultani ili sukcesivni), kao i tip opisa akcije (akcija ili simulacija). Kovarijabla u modelu bila je broj reči u rečenici. Dobijen je značajan efekat kontrolnog prediktora, u očekivanom smeru: ispitanici su sporije čitali duže rečenice. Rezultati pokazuju da sve prediktorske varijable daju značajne razlike u dužini čitanja rečenica (videti tabelu 2).

Tabela 2: Parcijalni efekti prediktora na vremenima čitanja dobijeni metodom najmanjih kvadrata.

Efekat	B	SE	t vrednost	Pr(> t)
Odsečak	6.989	0.073	95.16	0.0000
Senzomotorni sistemi (isti)	0.058	0.013	4.44	0.0000
Tip opisa akcije (simulacija)	0.061	0.015	3.95	0.0000
Vremenski odnos (sukcesivan)	0.311	0.100	3.09	0.0020
Broj reči	0.084	0.007	11.05	0.0001

Metod limitirane maksimalne verodostojnosti

Za primenu metoda limitirane maksimalne verodostojnosti, primenom postupka linearnih mešovitih modela, korišćena je *lmer* funkcija iz paketa *lme4* u R-u (videti: Bates, 2005 ili Baayen, Davidson, & Bates, 2008, za detalje o funkcionalnosti i upotrebi *lme4* paketa). Fiksni efekti u modelu su bili senzomotorni sistem, tip opisa akcije i vremenski odnos. Kao i u slučaju metoda najmanjih kvadrata kovarijabla je bila broj reči u rečenici. Slučajni efekti u modelu bili su ispitanici i stimulusi. Na ovaj način smo prilagođavali odsečak funkcije za svakog ispitanika i stimulus. Analiza je, dodatno, pokazala da su ispitanici različito osetljivi na dužinu rečenice, tako da su bila potrebna podešavanja nagiba za ovu kovarijablu. Drugim rečima, modelovali smo heteroskedastičnost vrednosti kod svakog ispitanika za dužinu rečenice.

Rezultati dobijeni ovim postupkom slični su, ali ne i identični, rezultatima koje je dala metoda najmanjih kvadrata (videti tabelu 3). Na osnovu rezultata, vidimo da su ocene prediktora i njihova značajnost u slučaju metoda maksimalne verodostojnosti niži u poređenju sa metodom najmanjih kvadrata. Ove razlike između metoda ocenjivanja potiču od toga što smo u slučaju limitirane maksimalne verodostojnosti modelovali dodatnu varijabilnost, specifičnu za ispitanike i stimuluse. Dodatno je modelovana i heteroskedastičnost za dužinu rečenice u modelu. Ovi dodatni efekti su u slučaju metoda najmanjih kvadrata podizali vrednost prediktora, kao i njihovu značajnost. Nasuprot tome, kada modelujemo i varijabilnost slučajnih efekata, dobijamo tačnije ocenjene parametre.

Tabela 3: Parcijalni efekti prediktora na vremenima čitanja dobijeni metodom limitirane maksimalne verodostojnosti.

Efekat	B	SE	t vrednost	Pr(> t)
Odsečak	6.988	0.079	87.53	0.0000
Senzomotorni sistemi (isti)	0.045	0.011	4.11	0.0000
Tip opisa akcije (simulacija)	0.049	0.014	3.44	0.0006
Vremenski odnos (sukcesivan)	0.219	0.099	2.21	0.0311
Broj reči	0.086	0.008	10.73	0.0000

Metod bejzove linearne regresije

Za potrebe ocenjivanja parametara bejzovom regresijom korišćena je funkcija *rstan* iz paketa *rstanu* R-u (za dodatne informacije videti Stan Development Team, 2013). Prvi korak u sprovođenju bejzove regresije je definisanje prethodnih verovatnoća. U ovom istraživanju odlučili smo se za neinformativne prethodne verovatnoće. Dakle, one nisu sadržavale bilo kakve relevantne informacije u vezi sa prirodom procesa koji ispitujeemo. Definisana je normalna raspodela sa aritmetičkom sredinom koja je jednaka 0 i standardnom devijacijom od 1000 (Gelman, 2006). U drugom koraku, generisali smo 4000 vrednosti za naknadne verovatnoće (eng. posterior probabilities). Iz ovih, naknadnih distribucija verovatnoća izvedene su ocene relevantnih parametara.

Za razliku od prethodna dva primenjena postupka (metoda najmanjih kvadrata i limitirane maksimalne verodostojnosti), bejzova linearna regresija ne ocenjuje p-nivo kao pokazatelj značajnosti. Zato se za ocenjivanje značajnosti koriste 95% intervaliverodostojnosti ocenjenih parametara. U slučaju kada 95% interval ne zahvata nulu, tj. ne menja se predznak ocene parametra, parametar se interpretira kao značajan. Prema tome, rezultati bejzove regresije su pokazali da su svi prediktori u modelu značajni (videti tabelu 4).

Tabela 4: Parcijalni efekti na vremenima čitanja dobijeni metodom bejzove linearne regresije.

Efekat	B	SE	2.5%	97.5%
Odsečak	7.074	0.052	6.972	7.173
Senzomotorni sistemi (isti)	0.052	0.010	0.074	0.031
Tip opisa akcije (simulacija)	0.043	0.014	0.014	0.071
Vremenski odnos (sukcesivan)	0.035	0.011	0.013	0.057
Broj reči	0.080	0.006	0.068	0.093

Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da sva tri primenjena metoda daju slične ocene parametara i slične ocene greške. Rezultati svih primenjenih analiza pokazuju da je čitanje rečenica sa istim iniciranim senzomotornim sistemima sporije. Takođe, sporije se čitaju rečenice koje opisuju radnje koje se odvijaju jedna za drugom, a ne istovremeno. Konačno, sporije se čitaju i one rečenice koje opisuju zamišljanje akcije, a ne njeno direktno izvođenje.

Rezultati analiza na računarski simuliranim vrednostima

Analiza na simuliranim vrednostima sprovedena je u nekoliko koraka. Korišćene su originalne (sirove) i log-transformisane vrednosti. U prvom koraku izračunati su regresioni parametri na celokupnoj matrici. Parametri su izračunati primenom sva tri postupka i dobijene vrednosti su nadalje korišćene kao populacioni parametri. Zatim su iz polazne matrice izvlačeni uzorci podataka, ocenjeni su regresioni parametri primenom tri postupka, pa su se ovako dobijene ocene poredile sa populacionim parametrima – parametrima koji su izračunati na celokupnoj matrici. Na primer, ocena na uzorku postupkom najmanjih kvadrata upoređena je sa populacionim parametrom koji je izračunat istim statističkim postupkom itd. U ovom koraku, kada su uzimani uzorci vrednosti, generisano je 100 uzoraka i za svaki od dobijenih uzoraka su, primenom sva tri postupka, ocenjeni parametri, njihovi intervali poverenja (verodostojnosti) i značajnost (osim u slučaju bežovog postupka). Kao što je već rečeno, sve analize su sprovedene, kako na originalnim (sirovim) vrednostima, tako i na log-transformisanim vrednostima.

U trećem koraku, rezultati tri primenjena metoda su međusobno upoređeni na dva načina. Analizirani su grafikoni na kojima su prikazane ocene i intervali poverenja i verodostojnosti, kao odstupanja od populacionih parametara, koji su izračunati za svaki od tri postupka, posebno. Ovde je posebna pažnja posvećena procentu u kojem se populacioni parametar nalazi unutar intervala poverenja.

Drugi način na koji su upoređivani ishodi tri primenjena postupka analize imao je nešto kompleksniju proceduru. Najpre, ocene na uzorcima su kumulativno uprosečavane: samo za prvi uzorak, za prvi i drugi, za prva tri itd. Ovakvo kumulativno ažuriranje vrednosti poslužilo je da se utvrdi u kojem se koraku prosečne vrednosti uzoračkih ocena poklapaju sa populacionim parametrom i, dodatno, da li ocene postaju konzistentne nekoj određenoj vrednosti. *Pristrasnost* metoda prilikom ocenjivanja parametara je ispitivana tako što su se poredile vrednost kumulativnih prosečnih ocena sa populacionim parametrom, dok se *konzistentnost* posmatrala kao stabilizovanje vrednosti. Sama procedura se zasnivala na jednoj od osnovnih pretpostavki Teorije verovatnoće, da prosečne ocene parametara na velikom broju uzoraka postaju konzistentne i, dodatno, da se približavaju pravoj vrednosti populacionog parametra (Rencher & Schaalje, 2008).

Prilikom prikazivanja i interpretacije podataka korišćene su samo ocene za nagib funkcije, zato što se rezultati za ocene odsečka i nagiba u potpunosti poklapaju. Rezultati analiza na odsečku dati su u prilogima.

Analize na originalnoj distribucijiračunarski simuliranih vrednosti

Prvi način koji smo koristili prilikom poređenja dobijenih rezultata bio je poređenje ocena i intervala poverenja za svaki od tri metoda. Rezultati pokazuju da postoje statistički značajne razlike u širini intervala između sva tri korištena metoda (videti tabelu 5). U ovom slučaju, vidimo da najuže intervale ima metod limitirane maksimalne verodostojnosti, zatim bejzova linearna regresija, a potom metod najmanjih kvadrata.

Tabela 5: Parcijalni efekti prediktora na širini interval poverenja, tj. intervala verodostojnosti.

Efekat	B	SE	t vrednost	Pr(> t)
Odsečak	116.08	1.350	85.98	0.000
Metod najmanjih kvadrata	433.116	1.967	220.15	0.000
Metod bejzove linearne regresije	21.716	1.909	11.37	0.000

Rezultati dobijeni metodom najmanjih kvadrata pokazuju da se populacioni parametar na svim uzorcima nalazi unutar intervala poverenja. Na grafikonu 3a se vidi da se ocene parametara na uzorcima raspodeljuju oko populacionog parametra. Istovremeno, regresione ocene imaju izuzetno široke intervale poverenja. U gotovo polovini uzetih uzoraka (48 od 100), značajnost parametra je netačno procenjena, tj. parametar je ocenjen kao neznačajan.

Rezultati dobijeni metodom limitirane maksimalne verodostojnosti pokazuju da ovaj metod najbolje ocenjuje regresione parametre u slučaju kada postoji povreda uslova za primenu analize. Populacioni parametar se u slučaju svih uzoraka nalazi u okviru intervala poverenja. Grafikon 3b, dodatno, prikazuje da metod limitirane maksimalne verodostojnosti ima najuže intervale poverenja. Ovaj metod na svim uzorcima tačno procenjuje značajnost parametra. U skladu sa tim, vidimo da je metod limitirane maksimalne verodostojnosti najprecizniji u oceni populacionog parametra.

Slične rezultate pokazuje i metod bejzove linearne regresije. Ocene dobijene ovim metodom, kao i u prethodnim slučajevima, variraju oko populacionog parametra. Grafikon 3c pokazuje da bejzova regresija ima takođe uske intervale poverenja, tj. intervale verodostojnosti, ali vidljivo šire od metoda limitirane maksimalne verodostojnosti. Bejzova linearna regresija se, takođe, pokazuje kao prihvatljiv pristup za obradu podataka kod kojih su uslovi za analizu povređeni. I ovaj metod u svim slučajevima tačno procenjuje značajnost regresionih parametara.



Grafikon 3a: Ocene parametara i intervali poverenja izračunate na originalnoj raspodeli metodom najmanjih kvadrata.



Grafikon 3b: Ocene parametara i intervali poverenja izračunate na originalnoj raspodeli metodom limitirane maksimalne verodostojnosti.



Grafikon 3c: Ocene parametara i intervali poverenja izračunate na originalnoj raspodeli metodom bejzove linearne regresije.

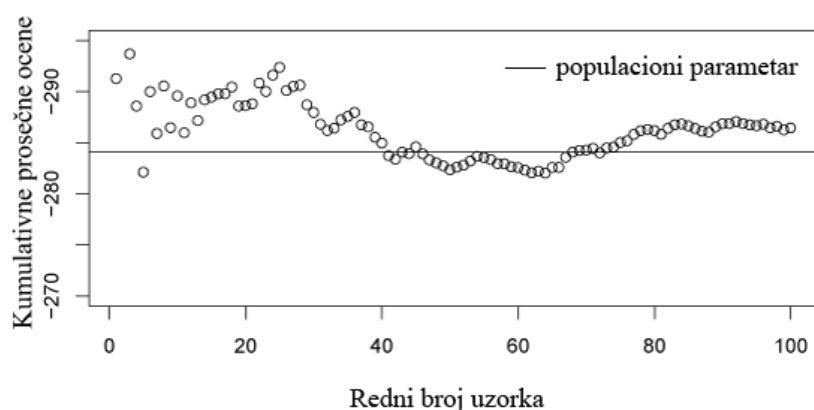
Drugi način na koji su se poredili dobijeni rezultati predstavljao je poređenje kumulativnih proseka ocena. Na ovaj način smo poredili da li se ocene poklapaju sa

populacionim parametrom, tj. da li su nepristrasne. Dodatno, ispitano je da li ocene uprosečavanjem postaju konzistentne.

Rezultati dobijeni metodom najmanjih kvadrata pokazuju da se prosečne vrednosti ocena u koracima ne približavaju populacionom parametru. Ove vrednosti postaju konzistentne na višim vrednostima, odnosno precenjuju vrednost populacionog parametra (videti grafikon 4a). U skladu sa tim, rezultati ukazuju na to da na originalnoj distribuciji metod najmanjih kvadrata daje pristrasne ocene.

Slične rezultate pokazuje i metod limitirane maksimalne verodostojnosti. Grafikon 4b pokazuje da kumulativne prosečne ocene i kod ovog metoda postaju konzistentnije na višim vrednostima, odnosno precenjuje vrednost populacionog parametra. Kao i kod metoda najmanjih kvadrata, metod limitirane maksimalne verodostojnosti daje konzistentne, ali pristrasne ocene.

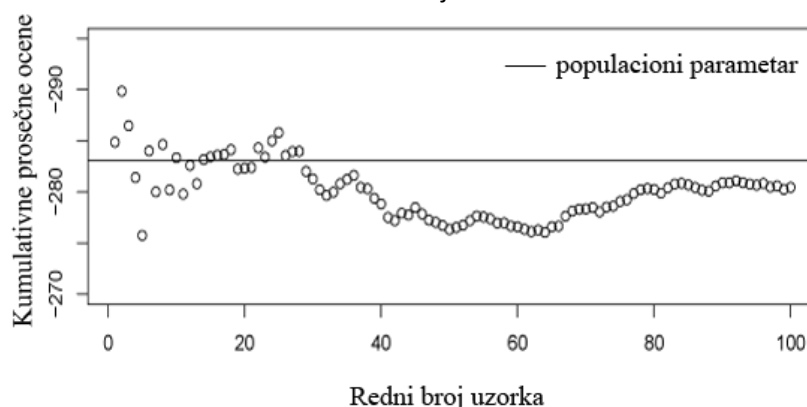
Konačno, rezultati u slučaju metoda bejzove linearne regresije pokazuju da kumulativne prosečne vrednosti pristrasno ocenjuju populacioni parametar (videti grafikon 4c). Kumulativne prosečne ocene kod ovog metoda takođe postaju konzistentne, ali na nižim vrednostima. U ovom slučaju metod bejzove linearne regresije podcenjuje vrednost populacionog parametra.



Grafikon 4a: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom najmanjih kvadrata.



Grafikon 4b: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom limitirane maksimalne verodostojnosti.



Grafikon 4c: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom bejzove linearne regresije.

Uzimajući u obzir sve rezultate na originalnoj distribuciji, metod najmanjih kvadrata daje najšire intervale poverenja, što dovodi do progrešne ocene značajnosti parametra. Nasuprot tome metod bejzove linearne regresije ima značajno uže intervale poverenja, tj. intervale verodostojnosti, i u svim slučajevima tačno ocenjuje značajnost parametra. Konačno, metod limitirane maksimalne verodostojnosti pokazuje najuže intervale poverenja, što ga čini najadekvatnijim metodom prilikom računanja parametara na sirovim, netransformisanim vrednostima. Nasuprot tome, svi metodi pokazuju pristrasnost prilikom računanja ocena. Rezultati pokazuju da metod najmanjih kvadrata i metod limitirane maksimalne verodostojnosti dovode do precenjivanja populacionog parametra, dok metod bejzove regresije dovodi do potcenjivanja parametra. Pristrasnost metoda bejzove regresije ka nižim vrednostima može da se objasni većom konzervativnošću ovog pristupa, tj. povreda uslova za primenu analize, u ovom slučaju, može da dovede do potcenjivanja regresionog parametra.

Analize na transformisanoj raspodeliračunarski simuliranih vrednosti

Kao i u prethodnim analizama, prvo su izračunate ocene i intervale poverenja ili verodostojnosti za sva tri metoda. Uporedili smo širinu intervala poverenja za ova tri metoda (videti tabelu 6). Rezultati pokazuju da, kao i u analizama na originalnoj distribuciji vremena reakcije, metod najmanjih kvadrata ima najšire intervale poverenja. Nasuprot tome, metod bejzove linearne regresije ima značajno uže intervale verodostojnosti, dok metod limitirane maksimalne verodostojnosti ponovo ima najuže intervale poverenja.

Tabela 6: Parcijalni efekti prediktora na širini intervala poverenja, tj. intervala verodostojnosti.

Efekat	B	SE	t vrednost	Pr(> t)
Odsečak	0.032	0.000	147.48	0.000
Metod najmanjih kvadrata	0.132	0.000	405.43	0.000
Metod bejzove linearne regresije	0.010	0.000	31.37	0.000

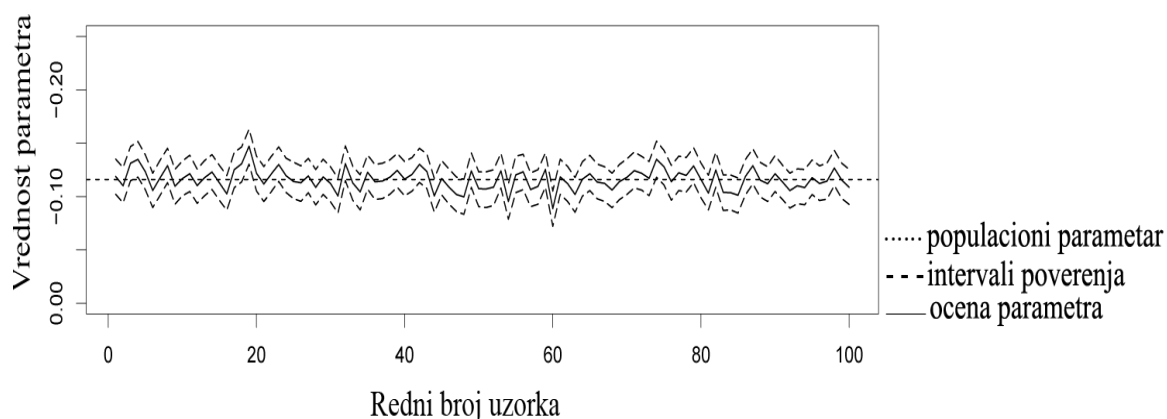
Rezultati dobijeni metodom najmanjih kvadrata na transformisanim vrednostima pokazuju da ocene parametara na različitim uzorcima variraju oko populacionog parametra (videti grafikon 5a). Rezultati, dodatno, pokazuju da je transformacija distribucije i odsecanje standardizovanih reziduala iznad 2.5 standardne devijacije povećala tačnost ovog metoda. Odnosno, u ovom slučaju, metod najmanjih kvadrata tačno ocenjuje značajnost parametara na svim uzorcima.

Analize sprovedene metodom limitirane maksimalne verodostojnosti pokazuju da na transformisanim vrednostima ovaj metod daje netačnije ocene parametara (videti grafikon 5b). Rezultati pokazuju da se u 14 od 100 uzoračkih distribucija, populacioni parametar ne nalazi unutar procenjenih intervala poverenja. Rezultati pokazuju i to da u slučaju transformisanih vrednosti, metod limitirane maksimalne verodostojnosti daje najuže intervale poverenja.

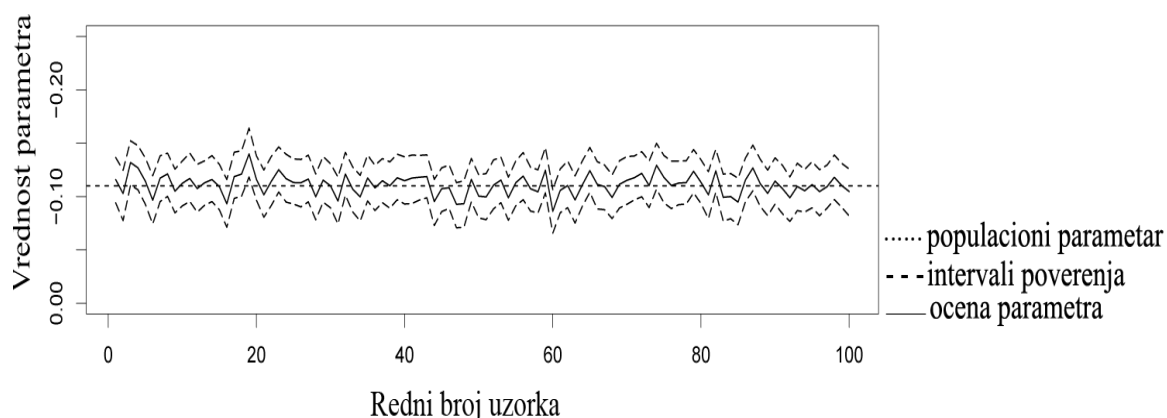
Konačno, rezultati dobijeni bejzovom linearnom regresijom pokazuju veliku sličnost sa rezultatima limitirane maksimalne verodostojnosti (videti grafikon 5c). Bejzova linearna regresija, takođe, pogrešno ocenjuje populacioni parametar u 14 od 100 slučajeva. Ovaj metod, kao i prethodnom slučaju, ima uske intervale poverenja i u skladu sa tim tačno procenjuje značajnost parametara.



Grafikon 5a: Ocene parametara i intervali poverenja izračunati na transformisanoj raspodeli metodom najmanjih kvadrata.



Grafikon 5b: Ocene parametara i intervali poverenja izračunate na transformisanoj raspodeli metodom limitirane maksimalne verodostojnosti.



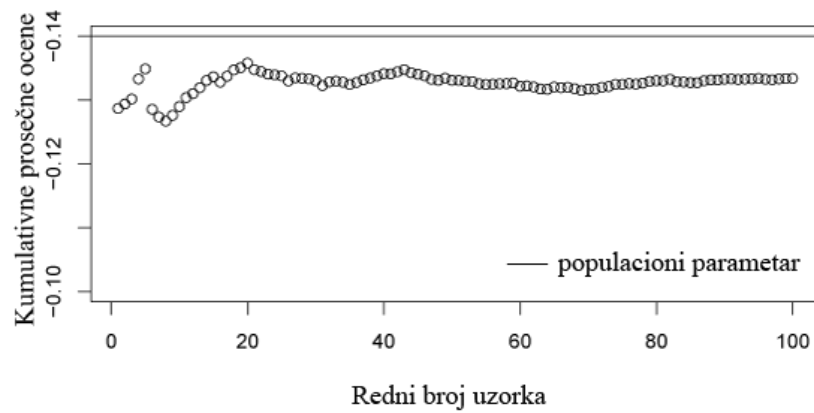
Grafikon 5c: Ocene parametara i intervali verodostojnosti izračunate na transformisanoj raspodeli metodom bejzove linearne regresije.

Drugi način na koji smo poredili dobijene rezultate bio je pomoću kumulativnih proseka vrednosti. Rezultati u ovom slučaju pokazuju da metod najmanjih kvadrata i na transformisanim vrednostima pokazuje pristrasnost prilikom ocenjivanja regresionih parametara (videti grafikon 6a). Kumulativne ocene u slučaju metoda najmanjih kvadrata postaju konzistentne, ali su dodatno i pristrasne.

U slučaju metoda limitirane maksimalne verodostojnosti rezultati na kumulativnim prosečnim ocenama pokazuju da ovaj metod daje nepristrasne i konzistentne ocene regresionih parametara, kada su vrednosti log-transformisane (videti grafikon 6b). Na osnovu grafikona možemo videti da se prosečne ocene približavaju populacionom parametru. Dodatno, ove ocene postaju konzistentne na tačnoj vrednosti populacionog parametra.

Konačno metod bejzove linearne regresije pokazuje pristrasnost prilikom ocenjivanja regresionih parametara. U ovom slučaju kumulativne prosečne ocene postaju konzistentnena višim vrednostima u odnosu na populacioni parametar (videti grafikon 6c). Ipak, na osnovu grafikona vidimo da ovaj metod ne odstupa mnogo od populacionog

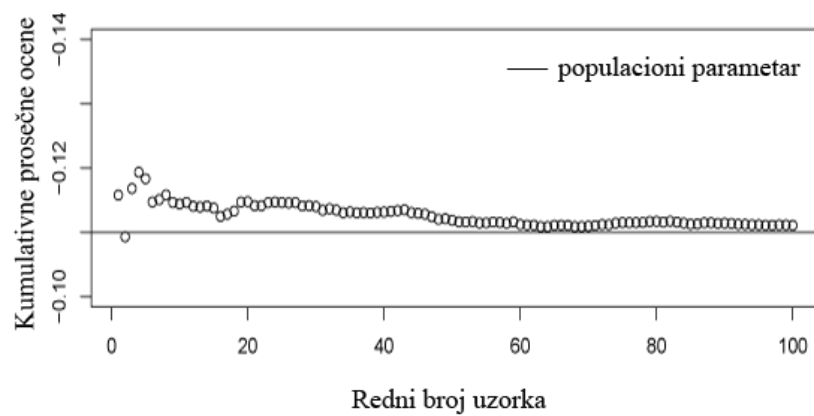
parametra. U skladu sa tim, ovaj se metod, takođe, pokazuje kao adekvatan prilikom obrade transformisanih vrednosti vremena reakcije.



Grafikon 6a: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom najmanjih kvadrata.



Grafikon 6b: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom limitirane maksimalne verodostojnosti.



Grafikon 6c: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom bejzove linearne regresije.

Uzimajući u obzir sve rezultate na transformisanim vrednostima, zajedno, vidimo da metod najmanjih kvadrata dosledno daje najšire intervale poverenja. Ipak, transformacija distribucije i odsecanje standardizovanih reziduala je dovela do toga da ovaj metod u svim slučajevima tačno ocenjuje značajnost parametara. Nasuprot njemu, metod bejzove linearne regresije ima uže intervale poverenja, ali ovaj metod, dodatno, greši prilikom ocenjivanja parametara u 14 od 100 uzoraka. Isti je slučaj sa metodom limitirane maksimalne verodostojnosti. I ovaj metod ima uske intervale poverenja, ali greši prilikom ocenjivanja parametara. Rezultati na kumulativnim prosecima pokazuju da su metodi najmanjih kvadrata i bejzove linearne regresije pristrasni prilikom ocenjivanja parametara. Rezultati ovog dela analize izdvajaju metod limitirane maksimalne verodostojnosti kao najbolji. Ovaj metod daje nepristrasne i konzistentne ocene parametara.

Diskusija

Cilj ovog rada bio je da ispita robusnost različitih metoda ocenjivanja regresionih parametara na podacima iz psiholingvističkih istraživanja. Ova istraživanja kao meru odgovora, odnosno, kao zavisnu varijablu, pretežno koriste vreme reakcije. Jedna od osnovnih prednosti vremena reakcije jeste da omogućava veoma precizno merenje i primenu kompleksnih statističkih procedura prilikom obrade podataka (Towsend, 1992). Ipak, mnogi istraživači upozoravaju da statistički postupci koji se uobičajeno primenjuju u analizi vremena reagovanja često nisu adekvatni (Salthouse, & Hedden, 2002; Whelan, 2008; Lachaud, & Renaud, 2011; Wilcox, 1998; Ratcliff, 1993; Baayen, & Milin, 2010).

Uobičajeni postupak prilikom obrade podataka u psiholingvističkim istraživanjima predstavlja analizu uprosečenih vrednosti (Dibbets, Maes, & Vossen, 2002; Fields, Landon-Jimenez, Buffington, & Adams, 1995). Istraživači u ovim slučajevima uprosečavaju vreme reakcije za svakog ispitanika i/ili za svaki stimulus, a nakon toga, na dobijenim vrednostima primenjuju analize iz porodice generalnih linearnih modela. Međutim, istraživanja koja su se sistematski bavila ispitivanjem raspodele vremena reakcije, pokazuju da uslovi za primenu ovih analiza – normalnost distribucije, nezavisnost opservacija i homogenost varijansi – nisu zadovoljeni (Whelan, 2008; Lachaud, & Renaud, 2011).

Raspodela vremena reakcije ima tipičnu, pozitivno zakošenu raspodelu. Prema tome, ona već i na prvi pogled odstupa od normalne raspodele (Van Zandt, 2000, 2002). U zavisnosti od ispitivanog procesa i korišćenog eksperimentalnog zadatka, raspodela vremena reagovanja može se opisati Eks-Gausovom, Valdovom (eng. Wald), Log-Normalnom, kao i Vejbulovom (eng. Weibull) raspodelom (Heathcote, Popiel, & Mehwort, 1991; Hockley, 1982, 1984; Hohle, 1965; Ratcliff, 1978, 1979, 1981; Ratcliff, & Murdock, 1976; Luce, 1986; Ratcliff, 1993). Dodatno, raspodelu vremena reakcije karakteriše i veći broj uticajnih vrednosti – odstupajućih (outlier) i istupajućih (extreme values) (Cook, 1977; Hocking, 1996). Dakle, primena linearnih modela u kojima je zavisna, kriterijumska varijabla vreme

reagovanja, nosi određene rizike i može dovesti do izvođenja pogrešnih zaključaka na osnovu statističkih analiza koje nisu robusne na povrede uslova za primenu.

Da bi prevazišli probleme odstupanja od normalne raspodele, istraživači rutinski transformišu dobijene vrednosti (Mead, 1988). Ovakvi postupci se primenjuju i na vremenima reakcije. Najčešće korišćene transformacije jesu iz porodice stepenskih i korenskih funkcija. Primenom transformacija istraživači dobijaju simetričnu raspodelu i približavaju originalne, sirove vrednosti pretpostavljenoj normalnoj distribuciji (Tukey, 1957; Box, & Cox, 1964).

Osim transformacije podataka, istraživači dodatno elimiše uticajne vrednosti (Ratcliff, 1993; Ulrich, & Miller, 1994). Pritom, oni koriste jedan od dva konvencionalna, *a priori* postupka. Prvi podrazumeva odbacivanje svih vrednosti izvan određenog intervala u jedinicama standardne devijacije (Lachaud, & Renaud, 2011). Međutim, iako eliminiše odstupajuće vrednosti, ovaj postupak može dovesti i do odbacivanja opservacija koje mogu da budu od interesa za istraživanje. Drugim rečima, ovakvim postupkom odbacuju se i podaci koji su tipični ili očekivani, a ne posledica greške u merenju i sl.

Drugi kriterijum predstavlja odbacivanje vrednosti na osnovu granica definisanih pomoću grafičkog prikaza dobijene distribucije (Ratcliff, 1993). Ovaj postupak je konzervativniji, jer odbacuje manji broj opservacija. Međutim, ni ovaj pristup eliminaciji uticajnih podataka nije bez rizika. Pre svega problem predstavlja određivanje granica ispod i iznad kojih se odbacuju podaci. U skladu sa tim, Ratcliff (Ratcliff, 1993) pokazuje da procenat eliminisanih podataka treba da zavisi od oblika raspodele vremena reakcije. Ukoliko postoji veliki broj opservacija u krajevima distribucije, najviše 5% podataka može da bude odbačeno. Inače, ukoliko ne postoji mnogo vrednosti u krajevima distribucije, do 15% celokupnih podataka može da bude odbačeno.

Opisane transformacije i tehnike pomoću kojih se dobijena raspodela prilagođava zahtevanoj normalnoj raspodeli često daje nove vrednosti koje su potpuno različite u odnosu na početne (sirove) vrednosti (Baayen, & Milin, 2010). Neki istraživači, zato, predlažu prelazak na nelinearno modelovanje (Bricolo, Ganesini, Fanini, Bundesen, & Chelazzi, 2002; Gottlob, 2004; Heathcote, Popiel, & Mehwort, 1991; Hockley, 1984; Ratcliff, Van Zandt, McKoon, 1999). Ova istraživanja koriste kumulativnu distribuciju funkcije, gustinu funkcije, kao i funkciju preživljavanja i funkciju rizika (hazarda) za opisivanje dobijene raspodele. Pomenute tehnike omogućuju deskripciju raspodele vremena reakcije, kao i poređenje oblika raspodele u odnosu na eksperimentalne uslove. Ipak, nelinearno modelovanje raspodele se veoma retko koristi u psiholingvističkim eksperimentima. Prvi razlog je kompleksnost primene. Ove tehnike zahtevaju opsežno poznavanje efekata koji stoje u osnovi ispitivanog procesa (Schwarz, 2001). Drugi problem predstavlja veličina uzorka, jer broj opservacija mora biti velik da bi ocene parametara bile tačne (Palmer, Horowitz, Torralba, & Wolfe, 2011). To najčešće nije slučaj u tipičnim psiholingvističkim eksperimentima.

Cilj ovog istraživanja bio je da ispita različite načini ocenjivanja regresionih parametara na podacima iz psiholingvističkih istraživanja, tj. da utvrdi robusnost korišćenih metoda u zavisnosti od toga da li su uslovi za primenu analiza zadovoljeni ili nisu. U istraživanju su korišćena tri metoda ocenjivanja parametara: metod najmanjih kvadrata, metod limitirane maksimalne verodostojnosti i metod bejzove linearne regresije. U prvom koraku analize su sprovedene na podacima dobijenim u eksperimentu koji je ispitivao razumevanje rečenica sa dve akcije. U drugom koraku analize su primenjene na računarski simuliranim podacima.

Rezultati na podacima dobijenim u eksperimentu pokazuju da sva tri metoda približno jednako ocenjuju regresione parametre i njihovu značajnost. Metod limitirane maksimalne verodostojnosti daje najmanje značajne regresione ocene. Ovaj metod omogućava da se modeluju dodatni parametri, kao što su varijansa ispitanika i stimulusa (Baayen, Davidson, Bates, 2008; Quené, & Bergh, 2008). Moguća su i podešavanja nagiba nezavisnih varijabli, za svakog ispitanika i/ili za svaki stimulus. Na ovaj način metod limitirane maksimalne verodostojnosti modeluje heteroskedastičnost vrednosti svakog ispitanika na vrednostima nezavisne varijable. Tako je i za podatke koji su korišćeni u ovom istraživanju bilo opravdano uvesti dodatna podešavanja nagiba dužine rečenice za svakog ispitanika. Model je, jednostavno rečeno, uzeo u obzir brzinu čitanja za svakog ispitanika posebno.

Nasuprot metodu limitirane maksimalne verodostojnosti, metodi najmanjih kvadrata i bejzova linearna regresija daju višu značajnost ocenjenim regresionim parametarima. Dodatni efekti koje ovi metodi ne mogu da uključe u model podigli su vrednosti regresionih ocena i njihovu značajnost. Ipak, uzimajući u obzir sve rezultate, zaključak je da tri primenjena metoda daju slične statističke ocene.

Da bismo detaljnije ispitali adekvatnost korišćenih metoda, generisali smo vrednosti na osnovu onih koje su dobijene u eksperimentu. Dobijena je matrica sa 80 000 vrednosti. Ona je u daljim analizama bila korišćena kao populaciona matrica, a parametri koji su izračunati na ovoj matrici koristili su nam kao populacioni parametri.

Sama procedura obrade ovih vrednosti bila je sprovedena u nekoliko koraka. Prvo je uzet uzorak vrednosti iz populacione matrice simuliranih vrednosti. Zatim su, na uzorku vrednosti, primenjena tri metoda ocenjivanja regresionih parametara. Konačno, rezultati različitih postupaka su međusobno upoređivani. Opisana procedura se posebno sprovodila na originalnim, sirovim podacima i na transformisanim podacima. Dobijeni rezultati su upoređivani na dva načina: (a) poređene su uzoračke regresione ocene i intervali poverenja, za svaki od tri metoda sa odgovarajućim populacionim parametrima; (b) s obzirom da je opisana procedura bila replicirana 100 puta, u svakoj iteraciji izračunavane su kumulativne prosečne ocene (na osnovu trenutne i svih prethodnih replikacija), zatim je ispitana njihova pristranost i konzistentnost. I ovaj postupak poređenja ocena je sproveden za svaku od tri metode posebno.

Na originalnim, netransformisanim vrednostima rezultati su pokazali da metod najmanjih kvadrata daje neadekvatne ocene regresionih parametara i njihovih značajnosti. Uzoračke ocene dobijene ovim metodom variraju oko populacionog parametra. Istovremeno, ocene dobijene ovim metodom imaju izuzetno široke intervale poverenja. Značajnost parametara je pogrešno ocenjena u 48 od 100 replikacija. Problem koji se javlja u vezi sa ovim metodom jeste da postoje značajna variranja između ispitanika i stimulusa. Ovaj metod nema mogućnost da oceni i statistički kontroliše ovakve, "slučajne" parametre. Zato neobjašnjena varijansa uključuje i ova variranja, a to, sve skupa, utiče na ocene parametara i njihove intervale poverenja.

Metod limitirane maksimalne verodostojnosti pokazuje slične rezultate u ocenjivanju regresionih parametara kao i metod najmanjih kvadrata. Ocene dobijene ovim metodom, takođe, variraju oko populacionog parametra. Ipak, intervali poverenja za ove ocene značajno su uži u odnosu na metod najmanjih kvadrata, ali i u odnosu na metod bejzove linearne regresije. U skladu sa tim, svi regresioni parametri dobijeni metodom limitirane maksimalne verodostojnosti su ocenjeni kao značajni. Ovi rezultati ukazuju na to da je metod limitirane maksimalne verodostojnosti najadekvatniji postupak za obradu podataka iz psiholingvističkih istraživanja. Naime, ovaj metod modeluje dodatne informacije koje mogu da utiču na ocenu parametara – deo varijanse u vremenu reakcije karakterističan za ispitanike i stimuluse. Kada su ovi izvori variranja stavljeni pod adekvatnu statističku kontrolu, ocena parametara postaje robusna na povrede uslova za primenu analiza.

Kao poslednji metod koristili smo bejzovu linearnu regresiju. Rezultati dobijeni ovim metodom pokazuju da se ocene parametara ponašaju slično kao u prethodna dva opisana postupka, te da ocene variraju oko populacionog parametra. Metod bejzove linearne regresije pokazuje značajno uže intervale poverenja u odnosu na metod najmanjih kvadrata. Nasuprot tome, ovaj metod ima šire intervale poverenja u odnosu na metod limitirane maksimalne verodostojnosti. Način ocenjivanja parametara u slučaju ovog metoda je različit u odnosu na prethodna dva metoda (vidi: Gill, 2009). Bejzova linearna regresija uzima u obzir prethodne verovatnoće, tj. informacije koje imamo o procesu koji istražujemo pre samog sprovođenja eksperimenta. Prethodne verovatnoće se zatim ažuriraju pomoću ocena koje smo izračunali na dobijenim podacima. Na osnovu prethodnih verovatnoća i trenutnih podataka, bejzova linearna regresija određuje naknadne verovatnoće, na osnovu kojih možemo odrediti parametre od interesa. Na ovaj način, dobija se distribucija naknadnih verovatnoća koje sadrže delimične informacije o zakrivljenosti raspodele vremena reakcije. U skladu sa tim, ovaj metod se, takođe, pokazuje kao adekvatan prilikom obrade originalnih, netransformisanih vrednosti vremena reakcije.

Dodatna prednost bejzove regresije je definisanje prethodnih verovatnoća. Međutim, u ovom istraživanju nismo imali mogućnosti, odnosno, osnova da iskoristimo ovu prednost, s obzirom da nismo imali nikakve specifične informacije o prirodi procesa koji smo ispitali. Zato smo bili prinuđeni da koristimo takozvane "neinformativne" verovatnoće

(Gelman, 2006). To je, nadalje, uticalo na rezultate koje smo dobili postupkom bejzove linearne regresije. Oni su dali manju preciznost u ocenama, jer nisu korišćene "informisane" prethodne verovatnoće, koje bi, izvesno je, dale uže intervale verodostojnosti, a time i tačnije ocene regresionih parametara.

Rezultati prosečnih kumulativnih ocena na originalnoj distribuciji pokazuju da sva tri metoda pristrasno ocenjuju regresione parametre. Metodi najmanjih kvadrata i limitirane maksimalne verodostojnosti postaju konzistentniji na višim vrednostima i dovode do precenjivanja populacionog parametra. Nasuprot njima metod bejzove linearne regresije postaje konzistentniji na nižim vrednostima, odnosno, u slučaju ovog metoda dolazi do potcenjivanja populacionog parametra. Razlike prilikom ocenjivanja populacionih parametara mogle su da nastanu usled različitog načina ocenjivanja regresionih parametara kodkorištenih metoda. Naime, u slučaju metoda najmanjih kvadrata ocene se računaju tako da dobijena ocena parametra daje najmanju vrednost sume kvadriranih reziduala. U skladu sa tim, odstupajuće i istupajuće vrednosti koje su zastupljene u originalnoj raspodeli vremena reakcije, mogu veštački povećavaju ocenu parametra. Sličnopoonašanje pokazuje i metod limitirane maksimalne verodostojnosti. Prilikom računanja regresionih ocena, ovaj metod uzima ocenu sa najvećom verovatnoćom realizacije u odnosu na uzoračke podatke. Kao i kod metoda najmanjih kvadrata, odstupajuće vrednosti mogu da utiču na verovatnoću realizacije ocene, odnosno da povećaju vrednost ocene populacionog parametra.

Nasuprot njima, regresione ocene dobijene metodom bejzove regresije pokazuju da ovaj metod potcenjuje populacionu vrednost parametra. Ovaj efekat može da se objasni uzimajući u obzir raspodelu vremena reakcije i način ocenjivanja regresionih parametara u slučaju metoda bejzove regresije. Osnovna razlika između metoda limitirane maksimalne verodostojnosti i metoda bejzove regresije prilikom računanja ocena pomoću metode maksimalne verodostojnosti je u definisanju regresionih parametara (Farrell & Ludwig, 2008). Metod limitirane maksimalne verodostojnosti pretpostavlja da su regresioni parametri fiksne vrednosti. U skladu sa tim on ocenjuje jednu vrednost sa najvećom verovatnoćom realizacije u odnosu na uzoračke podatke. Nasuprot njemu, bejzova regresija pretpostavlja da su regresioni koeficijenti slučajne promenljive. Na osnovu toga, ovaj metod računa naknadne verovatnoće za regresione koeficijente. Naknadne verovatnoće su izračunate tako da sadrže vrednosti iz dela distribucije sa najvećim brojem opservacija, odnosno, intervala u kojem gustina funkcije ima najveću verovatnoću realizacije (Raftery, Madigan, Hoeting, 1997). Pošto vreme reakcije ima pozitivno zakošenu raspodelu, ova zakošenost može da pomeri ocene parametara ka nižim vrednostima.

Ako uporedimo rezultate analiza na originalnim, tj. sirovim vrednostima vremena reagovanja vidimo da metod limitirane maksimalne verodostojnosti daje najadekvatnije ocene regresionih parametara. Ovaj metod ima najuže intervale poverenja i pokazuje najveću robusnost u slučaju povrede uslova za primenu analize. I metod bejzove linearne regresije, takođe, pokazuje robusnost kada su uslovi za primenu postupka povređeni.

Nasuprot tome, metod najmanjih kvadrata nema zadovoljavajuću robusnost. Ovaj metod pogrešno ocenjuje značajnost regresionog parametra u skoro 50% slučajeva. Sa druge strane, kumulativne prosečne ocene pokazuju da povreda uslova u slučaju sva tri metoda dovodi do ocena koje su pristrasne.

Rezultati dobijeni na transformisanim vrednostima vremena reakcije, pak, pokazuju nešto drugačiju sliku. Ocene izračunate metodom najmanjih kvadrata se kreću oko populacione vrednosti, dok su intervali poverenja i dalje vrlo široki. Ipak, transformacija distribucije i odsecanje standardizovanih reziduala iznad 2.5 standardne devijacije povećali su valjanost ovog metoda. Transformisanjem vrednosti dobili smo simetričnu raspodelu. Dodatno, odbacivanjem odstupajućih vrednosti eliminisali smo vrednosti koje su mogle da utiču na grešku u oceni regresionih parametara. U skladu sa tim, možemo da zaključimo da, na transformisanim vrednostima, čak i metod najmanjih kvadrata daje zadovoljavajuće ocene regresionih parametara. Međutim, problemi sa transformacijama i uklanjanjem uticajnih vrednosti, o kojima smo diskutovali na početku, ovde se moraju uzeti u obzir. Kao što smo rekli, transformacije podataka ponekad mogu bitno da otežaju razumevanje i interpretaciju rezultata. Osim toga, neopreznim uklanjanjem uticajnih vrednosti mogu se ukloniti i valjani podaci, a to će, takođe, uticati na nalaze istraživanja.

Metod limitirane maksimalne verodostojnosti pokazuje se netačnijim na transformisanoj raspodeli vremena reakcije. U ovom slučaju, populacioni parametri se ne nalaze u procenjenim intervalima poverenja u 14 od 100 uzoraka. Slične rezultate pokazuje i bejzova linearna regresija, jer i ovaj metod pogrešno ocenjuje populacioni parametar u 14 od 100 ponovljenih analiza.

Rezultati dobijeni metodom limitirane maksimalne verodostojnosti i bejzove linearne regresije na transformisanim vrednostima mogu da se interpretiraju u kontekstu brojnih prethodnih istraživanja, koja su ukazivala na probleme primene transformacija na sirovim vrednostima vremena reagovanja (Ratcliff, 1993; Van Zandt, 2002). Naime, ovde vidimo da metodi limitirane maksimalne verodostojnosti i bejzove regresije imaju uske intervale poverenja, ili intervale verodostojnosti, te je onda verovatnije da će populacioni parametar ostati van ovih granica. Pretpostavka je da ocene koje daju ovi postupci nisu lošije, već da je transformacija distribucije promenila vrednost populacionog parametra, sistematski ga pomerajući u pravcu viših, odnosno, nižih vrednosti.

Konačno, rezultati dobijeni poređenjem kumulativnih ocena na transformisanim vrednostima pokazuju da metod najmanjih kvadrata daje pristrasne ocene. Na transformisanoj raspodeli, kumulativne ocene postaju konzistentne na nižim vrednostima u odnosu na parametar. Odnosno, metod najmanjih kvadrata podcenjuje pravu vrednost populacionog parametra. Nasuprot njemu, bejzova regresija precenjuje stvarnu vrednost parametra i postaje konzistentnija u ocenjivanju u pravcu viših vrednosti. Pristranost ocena kod ovih metoda je uslovljena procesima koji stoje u osnovi vremena reakcije. Naime, kao što je već pomenuto, na vreme reagovanja utiče veliki broj činilaca. U

konkretnom slučaju, postoje izražene razlike u varijansi između ispitanika i stimulusa. Ovaj, dodatni izvor sistematskih varijacija nije bio uzet u obzir kada su primenjeni metodi najmanjih kvadrata i bejzove linearne regresije. Zato su ocene regresionih parametara bile pristrasne. Istovremeno, metod limitirane maksimalne verodostojnosti može da modeluje pomenute izvore sistematskih varijacija i zato su njegove ocene tačnije. Rezultati pokazuju da metod limitirane maksimalne verodostojnosti nema pristrasnosti u ocenjivanju regresionih parametara, a da kumulativne ocene postaju konzistentne na tačnoj vrednosti populacionog parametra. Jednostavno rečeno, ocenjivanjem pomenutih dodatnih parametara metod limitirane maksimalne verodostojnosti može da prevaziđe probleme vezane za karakteristike raspodele vreme reakcije.

Zaključak

Na osnovu rezultata ovog istraživanja može se zaključiti da povreda uslova prilikom obrade originalne distribucije vremena reakcije dovodi do pristrasnosti prilikom ocenjivanja regresionih parametara, u slučaju svih metoda. Metod limitirane maksimalne verodostojnosti pokazuje najveću robusnost prilikom obrade ovakve raspodele. Ovaj metod ima najuže intervale poverenja i ocene na uzorcima variraju oko populacionog parametra. Slični rezultati su dobijeni i metodom bejzove regresije, dok se metod najmanjih kvadrata pokazuje kao, praktično, neadekvatan za obradu sirovih vrednosti vremena reakcije. U slučaju analiza na sredjenoj, tj. prilagođenoj raspodeli, rezultati pokazuju da su metodi najmanjih kvadrata i bejzove linearne regresije u ovom slučaju pristrasni prilikom ocenjivanja parametara. Nasuprot tome, metod limitirane maksimalne verodostojnostina transformisanim vrednostima daje nepristrasne i konzistentne ocene. Ovaj metod ima, dodatno, uže intervale poverenja, što ga čini najadekvatnijim i za obradu transformisane raspodele vremena reakcije.

Reference

- Baayen, R. H., & Milin, P. (2010). Analyzing Reaction Times. *International Journal of Psychological Research*, 3(2), 12-28.
- Baayen, R. H., Davidson, D. J., & Bates, D. (2008). Mixed-effects modeling with crossed random effects for subjects and items. *Journal of Memory and Language*, 59, 390-412.
- Bates, D. M. (2005). Fitting linear mixed models in R. *R News*, 5, 27-30.
- Boulinguez, P., Barthélémy, S., & Debu, B. (2000). Influence of the Movement Parameter to Be Controlled on Manual RT Asymmetries in Right-Handers. *Brain and Cognition*, 44(3), 653-661.
- Box, G. E. P. & Cox, D. R. (1964). An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 26, 211-252.

- Bricolo, E., Giancesini, T., Fanini, A., Bundesen, C., & Chelazzi, L. (2002). Serial Attention Mechanisms in Visual Search: A Direct Behavioral Demonstration. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 14(7), 980-993.
- Cook, D. R. (1977). Detection of influential observations in linear regression. *Technometrics*, 19(1), 15-18.
- Courvoisier, D. S., & Renaud, O. (2010). Robust analysis of the central tendency, simple and multiple regression and ANOVA: A step by step tutorial. *International Journal of Psychological Research*, 3, 78–87.
- Dibbets, P., Maes, J. H. R., & Vossen, J. M. H. (2002). Contextual dependencies in a stimulus equivalence paradigm. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 55B, 97–119.
- Donders, F. (1868/1969). On the speed of mental processes. *Acta Psychologica*, 30, 412-431.
- Drapper, N. R., & Smith, H. (1998). *Applied Regression Analysis*, 3rd Edition. Canada: John Wiley & Sons.
- Farrell, S., & Ludwig, C. J. H. (2008). Bayesian and maximum likelihood estimation of hierarchical response time models. *Psychonomic Bulletin & Review*, 15(6), 1209-1217.
- Fields, I., Landon-Jimenez, D. V., Buffington, D. M., & Adams, B.J. (1995). Maintained nodal distance effects after equivalence class formation. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 64, 129–146.
- Fisher, R. A. (1921). On the 'Probable Error' of a Coefficient of Correlation Deduced from a Small Sample. *Metron*, 1, 3-32.
- Fisher, R. A. (1922). On the mathematical foundations of theoretical statistics. *Philosophical Transactions of the Royal Society, A*, 309-368.
- Gauss, C. F. (1809). *Theory of Motion of the Heavenly Bodies Moving About the Sun in Conic Sections*. New York: Dover.
- Gelman, A. (2006). Prior distributions for variance parameters in hierarchical models. *Bayesian Analysis*, 3, 515-533.
- Gill, J. (2009). *Bayesian methods: A Social and Behavioral Sciences Approach (2.ed)*. London: Chapman & Hall/CRC.
- Gottlob, L. R. (2004). Location cuing and response time distributions in visual attention. *Perception & Psychophysics*, 66, 1293–1302.

- Heathcote, A., Popiel, S. J., & Mewhort, D. J. K. (1991). Analysis of Response Time Distributions: An Example Using the Stroop Task. *Psychological Bulletin*, 109(2), 340-347.
- Hocking, R. R. (1996). *Methods and applications of linear models. regression and the analysis of variance*. New York: Wiley.
- Hockley, W. E. (1984). Analysis of response time distributions in the study of the cognitive processes. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 6, 598-615.
- Hockley, W. E., & Corballis, M. C. (1982). Test of serial scanning in item recognition. *Canadian Journal of Psychology*, 69, 382-386.
- Hohle, R. H. (1965). Inferred components of reaction time as functions of foreperiod duration. *Journal of Experimental Psychology*, 69, 382-386.
- Kass, R. E., & Wasserman, L. (1996). The Selection of Prior Distributions by Formal Rules. *Journal of the American Statistical Association*, 91(435), 1343-1370.
- Lachaud, C. M., & Renaud, O. (2011). A tutorial for analyzing human reaction times: How to filter data, manage missing values, and choose statistical model. *Applied Psycholinguistics*, 32(2), 389-416.
- Legendre, A. M. (1805). *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbits des comètes*. Paris: Courcier.
- Luce, R. (1986). *Response times*. New York: Oxford University Press.
- MacDonald, S. W., Nyberg, L., Sandbloom, J., Fischer, H., & Bäckman, L. (2008). Increased Response-time Variability is Associated with Reduced Inferior Parietal Activation during Episodic Recognition in Aging. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 20(5), 779-786.
- Maronna, R., Martin, D., & Yohai, V. (2006). *Robust statistics: Theory and methods*. New York: Wiley.
- Massidda, D. (2012). retimes: Reaction Time Analysis. R package version 0.1-0. <http://CRAN.R-project.org/package=retimes>.
- Mead, R. (1988). *The design of experiments*. New York: Cambridge University Press.
- Misses, R. V. (1939). *Probability, statistics and truth*. Oxford, England: Macmillan.
- Mollon, J. D., & Perkins, A. J. (1996). Errors of judgment at Greenwich in 1796. *Nature*, 380(6570), 101-102.

- Neyman, J., & Pearson, E. S. (1933). On the problem of the most efficient tests of statistical hypotheses. *Transactions of the Royal Society of London Series A*, 231, 289-337.
- Pachella, R. G. (1974). The interpretation of reaction time in information-processing research. In B.H.Kantowitz (Ed.), *Human Information Processing: Tutorials in performance and cognition* (pp. 41-82). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Palmer, E. M., Horowitz, T. S., Torralba, A., & Wolfe, J. M. (2011). What Are the Shapes of Response Time Distributions in Visual Search. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 37(1), 58-71.
- Pinheiro, J. C., & Bates, D. M. (2000). *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. New York: Springer.
- Quene, H., & Bergh, H. van den. (2008). Examples of mixed-effects modeling with crossed random effects and with binomial data. *Journal of Memory and Language*, 59 (4), 413-425.
- R core Team (2013). R: A language and environment for statistical computing. R foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <http://www.R-project.org/>.
- Raftery, A. E., Madigan, D., & Hoeting, J. A. (1993). Bayesian Model Averaging for Linear Regression Models. *Journal of the American Statistical Association*, 92(437), 171-191.
- Ratcliff, R. & Murdock, B. B. (1976). Retrieval processes in recognition memory. *Psychological Review*, 83, 190-214.
- Ratcliff, R. (1978). A theory of memory retrieval. *Psychological Review*, 85, 59-108.
- Ratcliff, R. (1979). Group reaction time distributions and an analysis of distribution statistics. *Psychological Bulletin*, 86, 446-461.
- Ratcliff, R. (1981). A theory of order relations in perceptual matching. *Psychological Review*, 88(6), 552-572.
- Ratcliff, R. (1993). Methods for dealing with reaction time outliers. *Psychological Bulletin*, 114(3), 510-532.
- Ratcliff, R., Van Zandt, T., & McKoon, G. (1999). Connectionist and Diffusion Models of Reaction Time. *Psychological Review*, 106(2), 261-300.
- Rencher, A. C., & Schaalje, B. G. (2008). *Linear models in statistics: second edition*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Salthouse, T. A., & Hedden, T. (2002). Interpreting reaction time measures in between-group comparison. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 24(7), 858-872.

- Schwarz, W. (2001). The ex-Wald distribution as a descriptive model of response time. *Behavior Research Methods, Instruments and Computers*, 33(4), 457-469.
- Stan Development Team (2013). Stan Modeling Language User's Guide and Reference Manual, Version 1.3. <http://mc-stan.org/>.
- Tillé, Y., & Matej, A. (2012). sampling: Survey Sampling. R package version 2.5. <http://CRAN.R-project.org/package=sampling>.
- Townsend, J. T. (1992). On the proper scale for reaction time. In H. G. Geissler, S. W. Link, & J. T. Townsend (Eds.), *Cognition, information processing, and psychophysics: Basic issues* (pp. 105-120). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Tukey, J. W. (1957) The comparative anatomy of transformations. *Annals of Mathematical Statistics*, 28, 602-632.
- Ulrich, R., & Miller, J. L. (1994). Effects of truncation on reaction time analysis. *Journal of Experimental Psychology: General*, 123, 34-80.
- Van Zandt, T. (2000). How to fit a response time distribution. *Psychonomic Bulletin & Review*, 7(3), 424-465.
- Van Zandt, T. (2002). Analysis of response time distributions. In J. Wixted & H. Pashler (Eds.), *Stevens' handbook of experimental psychology, volume 4: Methodology in experimental psychology* (pp. 461-516). New York: Wiley.
- Welford, A. T. (1977). Motor performance. In J. E. Birren, & K. W. Shale (Eds.), *Handbook of the psychology of aging* (pp. 450-496). New York: Van Nostrand Reinhold.
- Whelan, R. (2008). Effective analysis of reaction time data. *The Psychological Record*, 58, 475-482.
- Wilcox, R.R. (1998). How many discoveries have been lost by ignoring modern statistical methods? *American Psychologist*, 53, 300-314.
- Wilcox, R.R. (2005). *Introduction to robust estimation and hypothesis testing*. Reading, MA: Academic Press.

Prilozi

Prilog A: Kod napisan u R-u za potrebe simulacije i obrade podataka

#Računanje parametara Eks-Gausove distribucije za ispitanike

ispitanik1=dat[dat\$ispitanik=="i1" & dat\$sistem=="1",]

timefit(ispitanik1\$rt) # Izracunavanje parametara distribucije

mu: 2153.4558, sigma: 381.9102, tau: 345.9250

dat2\$1s=rexgauss(1000, 2153.4558, 381.9102, 345.9250) # Simuliranje podataka za svakog ispitanika

Obrada podataka na originalnoj raspodeli vremena reakcije

mod<-list() # Lista u koju se upisuju rezultati metoda najmanjih kvadrata

mod2<-list() # Lista u koju se upisuju rezultati metoda limitirane maksimalne verodostojnosti

mod3<-list() # Lista u koju se upisuju rezultati bejzove linearne regresije

for(i in 1:100) # Petlja u kojoj se vrši uzorkovanje i ocena parametara

{dat.sample=strata(dat,strata=c("ispitanik","sistem"),size=lista, method="srswr", FALSE) #
Stratifikovano uzorkovanje

dat.S=getdata(dat,dat.sample)

dat.S2=list(N=length(dat.S\$rt),y=dat.S\$rt, x=dat.S\$sistem) # Sređivanje podataka za bejzovu regresiju

dat.S3=aggregate(dat.S\$rt, list(dat.S\$ispitanik, dat.S\$sistem), mean) # Uprosečavanje vrednosti za metod najmanjih kvadrata

colnames(dat.S3)=c('ispitanik','sistem','mrt')

mod[[paste("run",i,sep="")]]<-lm1<-lm(mrt~sistem, data=dat.S3) # Izračunavanje parametara metodom najmanjih kvadrata

mod2[[paste("run",i,sep="")]]<-lmer1<-lmer(rt2~sistem+(1|ispitanik), data=dat.S)
#Izračunavanje parametara metodom limitirane maksimalne verodostojnosti

bejz<-stan(model_code=model, data=dat.S2, iter=4000, chains=1) # Izračunavanje parametara metodom bejzove linearne regresije

mod3[[paste("run",i,sep="")]]<-summary(bejz) # Ispis rezultata bejzove regresije u listu}

```
mod3=as.data.frame(mod3) # Rezultati bejzove regresije
```

```
myFun<-function(lm) # Funkcija za ispis rezultata metoda najmanjih kvadrata  
{out<-c(lm$coefficients[1], lm$coefficients[2], confint(lm)[1,1], confint(lm)[1,2],  
confint(lm)[2,1], confint(lm)[2,2], pf(summary(lm)$fstatistic[1],  
summary(lm)$fstatistic[2],summary(lm)$fstatistic[3],lower.tail=FALSE))  
names(out)<-c("intercept","slope","I2.5","I97.5","S2.5","s9.75","p value")  
return(out)}  
results=list()  
for(i in 1:length(mod))  
results[[names(mod)[i]]]<-myFun(mod[[i]])  
results=as.data.frame(results) # Ispis rezultata metoda najmanjih kvadrata
```

```
myFun2<-function(lmer) # Funkcija za ispis rezultata metoda limitirane maksimalne  
veodostojnosti  
{int<-pvals.fnc(lmer, nsim=10000)  
out2<-int$fixed  
return(out2)}  
results2=list()  
for(i in 1:length(mod2))  
results2[[names(mod2)[i]]]<-myFun2(mod2[[i]])  
results2=as.data.frame(results2) # Ispis rezultata metoda limitirane maksimalne  
verodostojnosti
```

Obrada podataka na transformisanoj raspodeli vremena reakcije

```
modj<-list() # Lista u koju se upisuju rezultati metoda najmanjih kvadrata  
mod2j<-list() # Lista u koju se upisuju rezultati metoda limitirane maksimalne  
verodostojnosti
```



```

mod3j<-list() # Lista u koju se upisuju rezultati bejzove linearne regresije

dat2=dat[dat$rt2>=1000 & dat$rt2<=14000,] # Odsecanje odstupajućih vrednosti

for(i in 1:100) #      Petlja u kojoj se vrši uzorkovanje i ocena parametara

{dat.sample=strata(dat2, strata=c("ispitanik","sistem"),size=lista, method="srswr", FALSE) #
Stratifikovano uzorkovanje

dat.S=getdata(dat2,dat.sample)

dat.S$rt2=log(dat.S$rt2) # Transformacija distribucije

dat.S2=list(N=length(dat.S$rt2),y=dat.S$rt2, x=dat.S$sistem) # Sređivanje podataka za
metod bejzove linearne regresije

dat.S3=aggregate(dat.S$rt2, list(dat.S$ispitanik, dat.S$sistem), mean) # Uprosečavanje
podataka za potrebe metoda najmanjih kvadrata

colnames(dat.S3)=c('ispitanik','sistem','mrt')

lm1<-lm(mrt~sistem, data=dat.S3) # Izračunavanje parametara metodom najmanjih
kvadrata

lmer1<-lmer(rt2~sistem+(1|ispitanik), data=dat.S) # Izračunavanje parametara metodom
limitirane maksimalne verodostojnosti

modj[[paste("run",i,sep="")]<-lm(mrt~sistem,
subset=abs(scale(resid(lm1)))<2.5,data=dat.S3) # Odsecanje standardizovanih reziduala
iznad 2.5 SD i upisivanje rezultata dobijenih pomoću metoda najmanjih kvadrata

mod2j[[paste("run",i,sep="")]<-
lmer(rt2~sistem+(1|ispitanik),subset=abs(scale(resid(lmer1)))<2.5,data=dat.S) # Odsecanje
standardizovanih reziduala iznad 2.5 SD i upisivanje rezultata dobijenih pomoću metoda
limitirane maksimalne verodostojnosti

bejz<-stan(model_code=model, data=dat.S2, iter=4000, chains=1) ) # Izračunavanje
parametara metodom bejzove linearne regresije

mod3j[[paste("run",i,sep="")]<-summary(bejz) # Ispis rezultata bejzove regresije u listu}

#Model korišćen za ocenjivanje parametara pomoću bejzove regresije

model<-"

```

```

data{
  int<lower=0> N;

  real y[N];

  real x[N];}

parameters{

  real alpha;

  real beta;

  real<lower=0> sigma;}

model{

  alpha~normal(0,1000);

  beta~normal(0,1000);

  for(n in 1:N)

  y[n]~normal(alpha+beta*x[n],sigma);}"

```

Prilog B: Rezultati za odsečak funkcije na simuliranim podacima

Analize na originalnoj raspodeli računarski simuliranih vrednosti

Rezultati dobijeni za odsečak funkcije su veoma slični rezultatima dobijenim za nagib funkcije. Kao i u slučaju nagiba funkcije, prvo smo poredili ocene i intervale poverenja za svaki od tri metoda. Rezultati dobijeni metodom najmanjih kvadrata pokazuju da se populacioni parametar na svim uzorcima nalazi unutar intervala poverenja. Grafikon 7a pokazuje da se ocene parametara na uzorcima raspodeljuju oko populacionog parametra.

Rezultati dobijeni metodom limitirane maksimalne verodostojnosti pokazuju da ovaj metod najbolje ocenjuje regresione parametre. Populacioni parametar se u slučaju svih uzoraka nalazi u okviru intervala poverenja. Grafikon 7b, pokazuje da ovaj metod ima najuže intervale poverenja. U skladu sa tim, metod limitirane maksimalne verodostojnosti je najprecizniji u oceni populacionih parametara.

Slične rezultate pokazuje i metod bejzove linearne regresije. Ocene u slučaju ovog metoda, variraju oko populacionog parametra (videti grafikon 7c). Dodatno, metod bejzove linearne regresije takođe ima uske intervale poverenja. U skladu sa tim, bejzova linearna regresija se pokazuje kao adekvatane metod za obradu podataka u slučaju kada su uslovi za analizu povređeni.



Grafikon 7a: Ocene parametara i intervali poverenja izračunati na originalnoj raspodeli metodom najmanjih kvadrata.



Grafikon 7b: Ocene parametara i intervali poverenja izračunati na originalnoj raspodeli metodom najmanjih kvadrata.



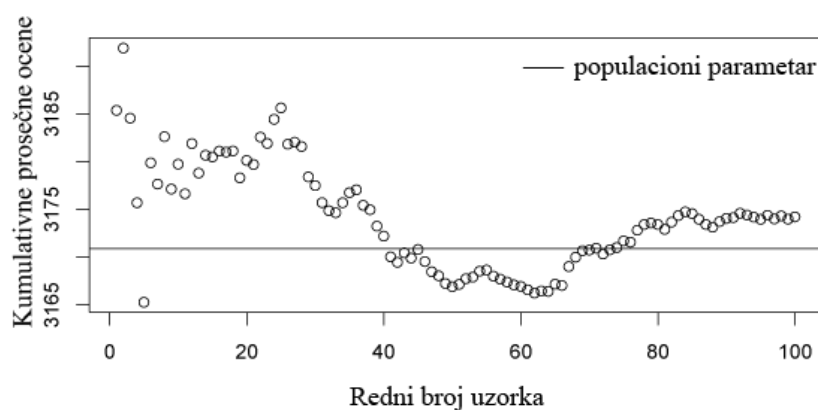
Grafikon 7c: Ocene parametara i intervali poverenja izračunati na originalnoj raspodeli metodom najmanjih kvadrata.

Drugi način na koji su se poredile ocene dobijene različitim metodama bio je pomoću kumulativnih proseka ocena. Na ovaj način smo poredili da li se ocene poklapaju sa populacionim parametrom, odnosno, da li su pristrasne.

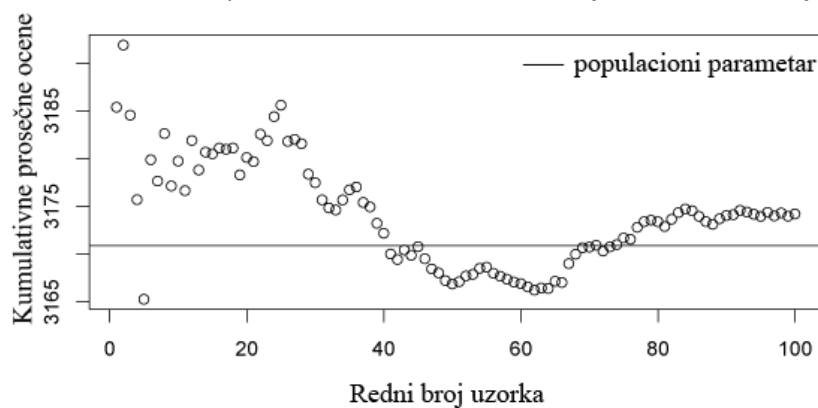
Rezultati dobijeni metodom najmanjih kvadrata pokazuju da se kumulativne prosečne ocene ne približavaju populacionom parametru (grafikon 8a). Ove ocene, kao i u slučaju nagiba funkcije, postaju konzistentnije na višim vrednostima, tj. procenjuju vrednost populacionog parametra. U skladu sa tim, rezultati pokazuju da na originalnoj distribuciji metod najmanjih kvadrata daje pristrasne ocene.

Slične rezultate pokazuje i metod limitirane maksimalne verodostojnosti. Grafikon 8b pokazuje da kumulativne prosečne ocene i kod ovog metoda postaju konzistentnije na višim vrednostima, tj. procenjuju populacioni parametar.

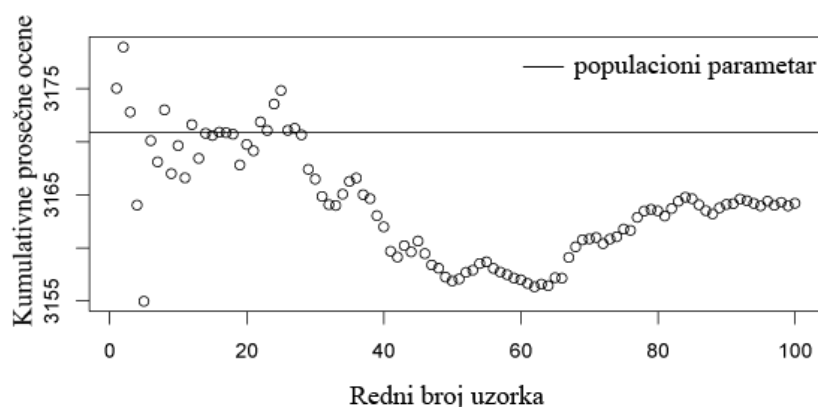
Krajnje, rezultati dobijeni metodom bejzove linearne regresije pokazuju da kumulativne prosečne ocene da ovaj metod pristrasno ocenjuje regresione parametre. Nasuprot prethodnim metodima, ovaj metod podcenjuje populacioni parametar (videti grafikon 8c).



Grafikon 8a: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom najmanjih kvadrata.



Grafikon 8b: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom limitirane maksimalne verodostojnosti.



Grafikon 8c: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom bejzove linearne regresije.

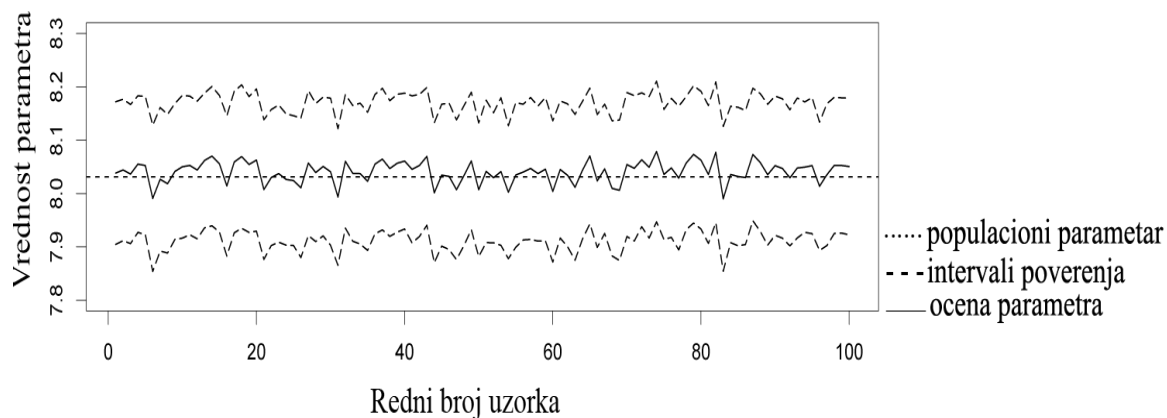
Uzimajući u obzir sve rezultate za odsečak funkcije, metod najmanjih kvadrata ima najšire intervale poverenja prilikom računanja regresionih ocena. Nasuprot tome metod bejzove linearne regresije ima uže intervale poverenja, tj. intervale verodostojnosti. Konačno, metod limitirane maksimalne verodostojnosti pokazuje najuže intervale poverenja prilikom ocenjivanja regresionih parametara. U skladu sa tim, vidimo da je metod limitirane maksimalne verodostojnosti najrobusniji na povredu uslova prilikom ocenjivanja regresionih parametara. Nasuprot tome, svi metodi pokazuju pristrasnost prilikom ocenjivanja regresionih parametara.

Analize na transformisanoj raspodeli računarski simuliranih vrednosti

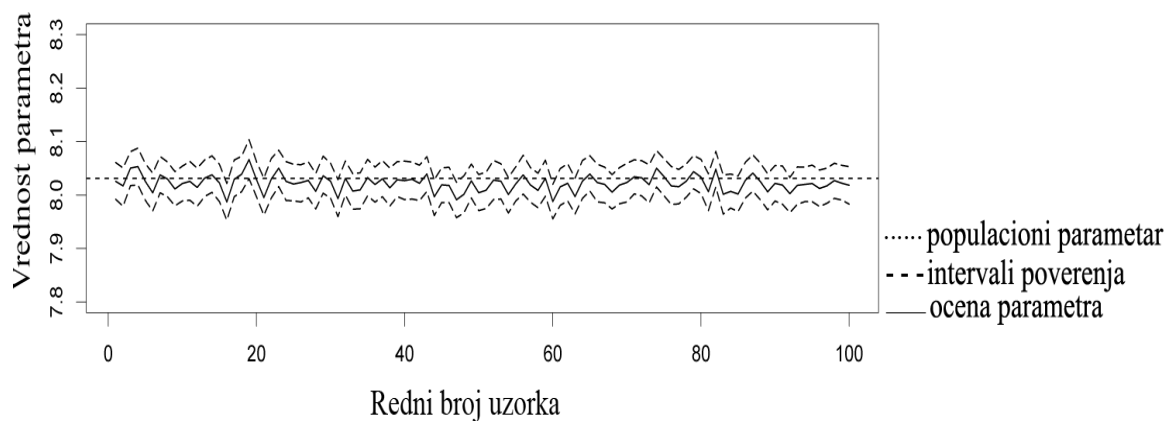
Kao i u prethodnom slučaju, prvo su izračunate ocene i intervale poverenja ili verodostojnosti za sva tri korištena metoda. Dobijene ocene smo uporedili sa populacionim, a dodatno smo uporedili širinu intervala poverenja za regresione ocene. Rezultati pokazuju da, kao i kod analiza na originalnoj distribuciji, metod najmanjih kvadrata ima najšire intervale poverenja (videti grafikon 9a). Rezultati dobijeni ovim metodom na transformisanoj distribuciji pokazuju da ocene parametara variraju oko populacione vrednosti.

Sa druge strane, metod limitirane maksimalne verodostojnosti ima značajno uže intervale poverenja (videti grafikon 9b). Rezultati pokazuju da se u svim slučajevima populacioni parametar nalazi u okviru intervala poverenja. Nasuprot rezultatima dobijenim za nagib funkcije, populacioni parametar za odsečak funkcije na svim uzorcima se nalazi u okviru intervala poverenja. U skladu sa tim rezultati pokazuju da je ovaj metod adekvatan prilikom obrade podataka iz psiholingvističkih istraživanja.

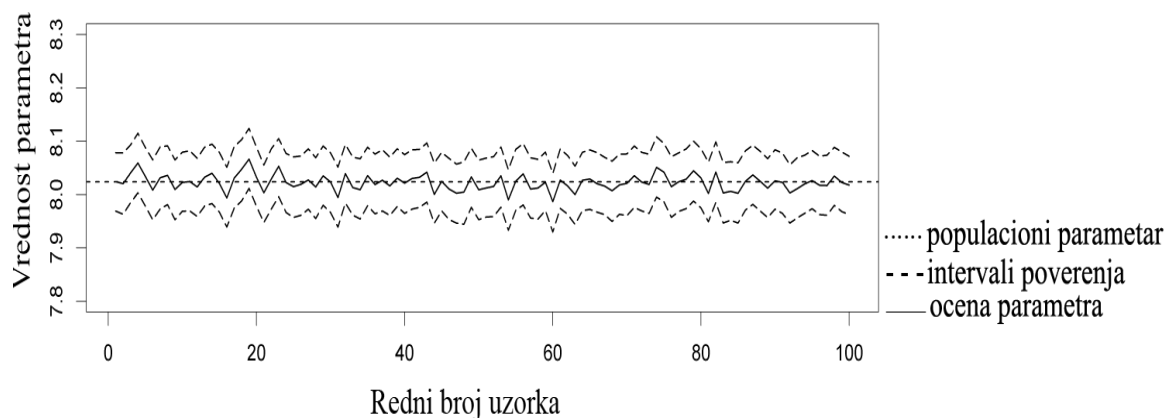
Konačno, rezultati dobijeni metodom bejzove linearne regresije pokazuju veliku sličnost sa rezultatima dobijenim metodom limitirane maskimalne verodostojnosti. Ovaj metod takođe ima uže intervale poverenja (videti grafikon 9c) i populacioni parametar se u svim slučajevima nalazi unutar ovih intervala.



Grafikon 9a: Ocene parametara i intervali poverenja izračunati na transformisanoj raspodeli metodom najmanjih kvadrata.



Grafikon 9b: Ocene parametara i intervali poverenja izračunati na originalnoj raspodeli metodom limitirane maksimalne verodostojnosti.



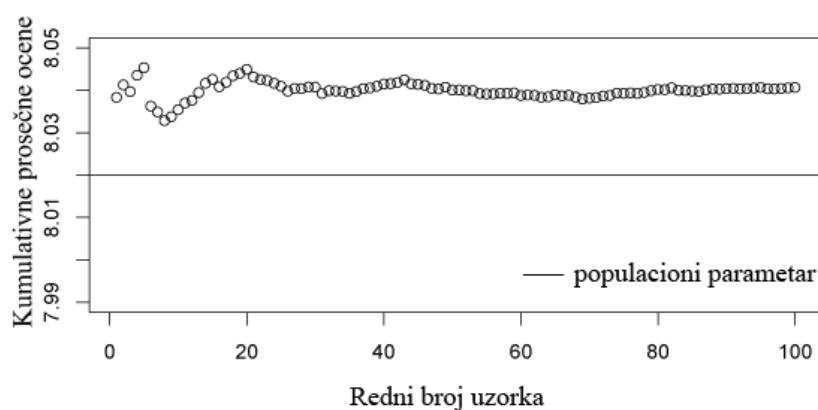
Grafikon 9c: Ocene parametara i intervali poverenja izračunati na originalnoj raspodeli metodom bejzove linearne regresije.

Drugi način na koji smo poredili dobijene rezultate bio je preko kumulativnih prosečnih ocena. Rezultati u ovom slučaju pokazuju da metod najmanjih kvadrata i odsečak funkcije

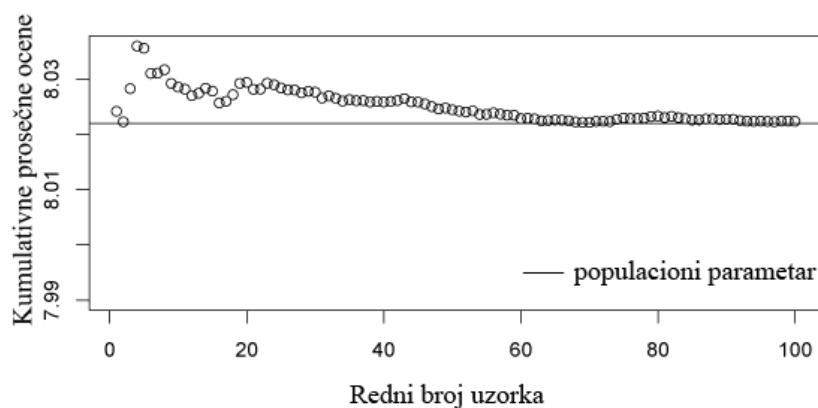
ocenjuje pristrasno (videti grafikon 10a). Na osnovu grafikona možemo da vidimo da ocene dobijene ovim metodom postaju konzistentne na višim vrednostima, odnosno precenjuju populacioni parametar.

Metod limitirane maksimalne verodostojnosti, sa druge strane, postaje konzistentan na tačnoj vrednosti parametra. Odnosno, transformacija distribucije je povećala tačnost ovog metoda. Tako da dobijene ocene postaju konzistentne i nepristrasne i za odsečak i za nagib funkcije (videti grafikon 10b). U skladu sa tim, rezultati pokazuju da i u slučaju transformisane distribucije ovaj metod daje najtačnije ocene.

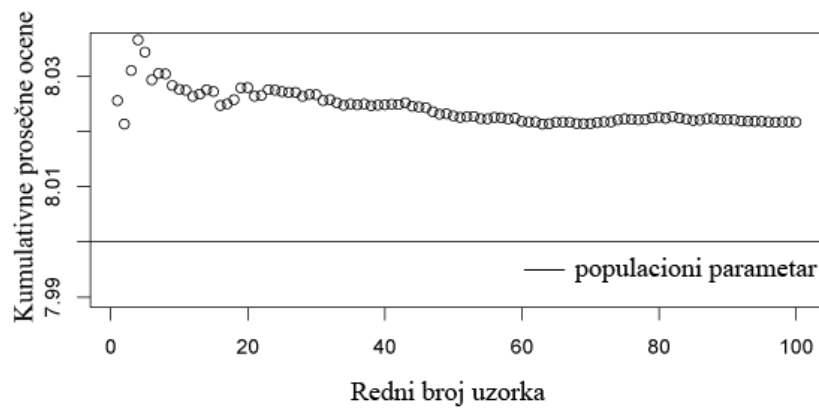
Krajnje za razliku od metoda limitirane maksimalne verodostojnosti, rezultati pokazuju da bejzov pristup pristrasno ocenjuje regresione parametre (videti grafikon 10c). U ovom slučaju kumulativne prosečne ocene postaju konzistentne, ali precenjuju populacioni parametar.



Grafikon 10a: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom najmanjih kvadrata.



Grafikon 10b: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom limitirane maksimalne verodostojnosti.



Grafikon 10c: Kumulativne prosečne vrednosti ocena dobijene metodom bejzove linearne regresije.

Uzimajući u obzir sve rezultate, vidimo da metod limitirane maksimalne verodostojnosti daje najtačnije ocene na transformisanoj distribuciji. Ovaj metod ima najuže intervale poverenja za izračunate ocene regresionih parametara. Dodatno, ovaj metod je nepristrasan prilikom računanja ovih ocena. Metod bejzove linearne regresije pokazuje slične rezultate. Ovaj metod, takođe, ima uske intervale poverenja, ali pokazuje pristrasnost prilikom računanja ocena. Konačno, metod najmanjih kvadrata ima izuzetno široke intervale poverenja i dodatno pokazuje pristrasnost prilikom računanja ocena. U skladu sa tim, kao najadekvatniji metod pokazuje se metod limitirane maksimalne verodostojnosti.